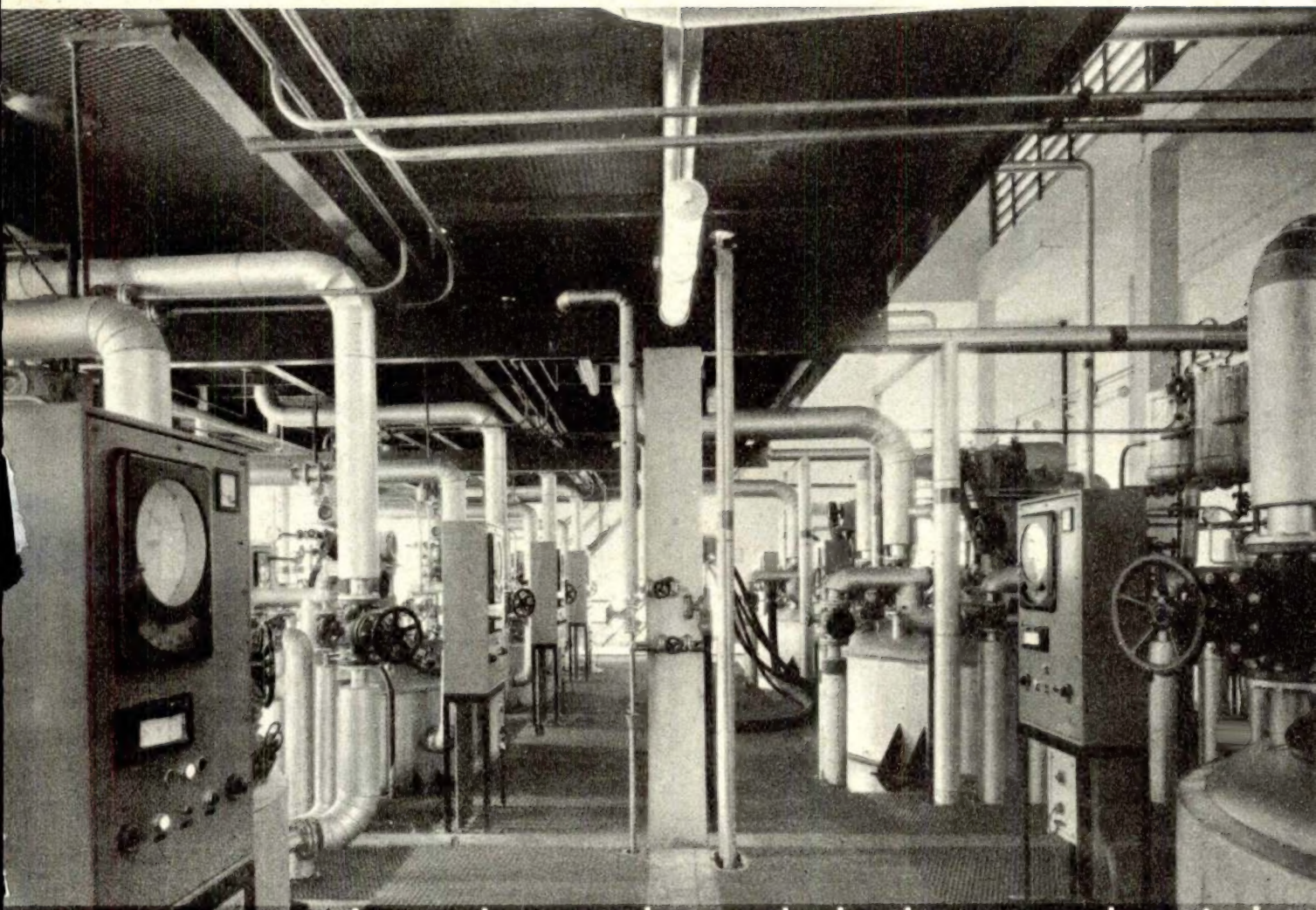
técnica



352 associação dos estudantes do instituto superior técnico
novembro 1965 revista de engenharia

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 1

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO
E DA CACHOFARRA

●

A UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

confiança para a construção com

materiais novobra

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

pavimentos
coberturas
vigas de grande vão
asnas
perfis

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS, NOVOBRA, LDA.
AV. EST. UNIDOS DA AMÉRICA, 100, 5.º D.-TEL. 77 48 32/766446-LISBOA-5

técnica

*NÚMERO 352 * NOVEMBRO DE 1965 * ANO XL * VOLUME XXVIII * PUBLICAÇÃO MENSAL*

Director
Assis Farinha Martins

Administrador
J. M. Costa Monteiro

Secretário
V. M. Martins Pinto

Redactores
Amadeu M. R Marrecas
Amílcar S. Martins
João C. V. F. Antas
Mário P. M. Garcia

Editor e Proprietário
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

Redacção e Administração
Avenida Rovisco Pais
Telefone 77 54 49
Lisboa 1

★

Assinaturas

	3 N.os	5 N.os	10 N.os
[illegible]ente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
[illegible]sil	—	65$00	120$00
	—	70$00	130$00

Número avulso — 15$00

★

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais, 103 — Lisboa

SUMÁRIO

65 *DELGADO DOMINGOS* — **Transmissão do calor num tubo em escoamento laminar e regime não estacionário**
Heat conduction in a tube in non steady laminar flow

75 *FERREIRA DOS SANTOS* — **Transmissões em ondas decamétricas**
Radiocommunications using decametric waves

81 *PINTO RAVARA* — **Dimensionamento de fundações de máquinas**
Design of machine foundations

101 *TELLES ANTUNES* — **Aquecimento de transformadores imersos em óleo**
Heating of transformers with oil insulation

111 *GONÇALVES VIANA* — **Alguns problemas técnicos na aquisição de compressores alternativos**
Some technical problems connected with the purchasing of alternative compressors

117 *SILVA MARQUES* — **O comportamento em trabalhos marítimos de algumas madeiras**
Behaviour of some woods used in maritime works.

*

122 **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional**

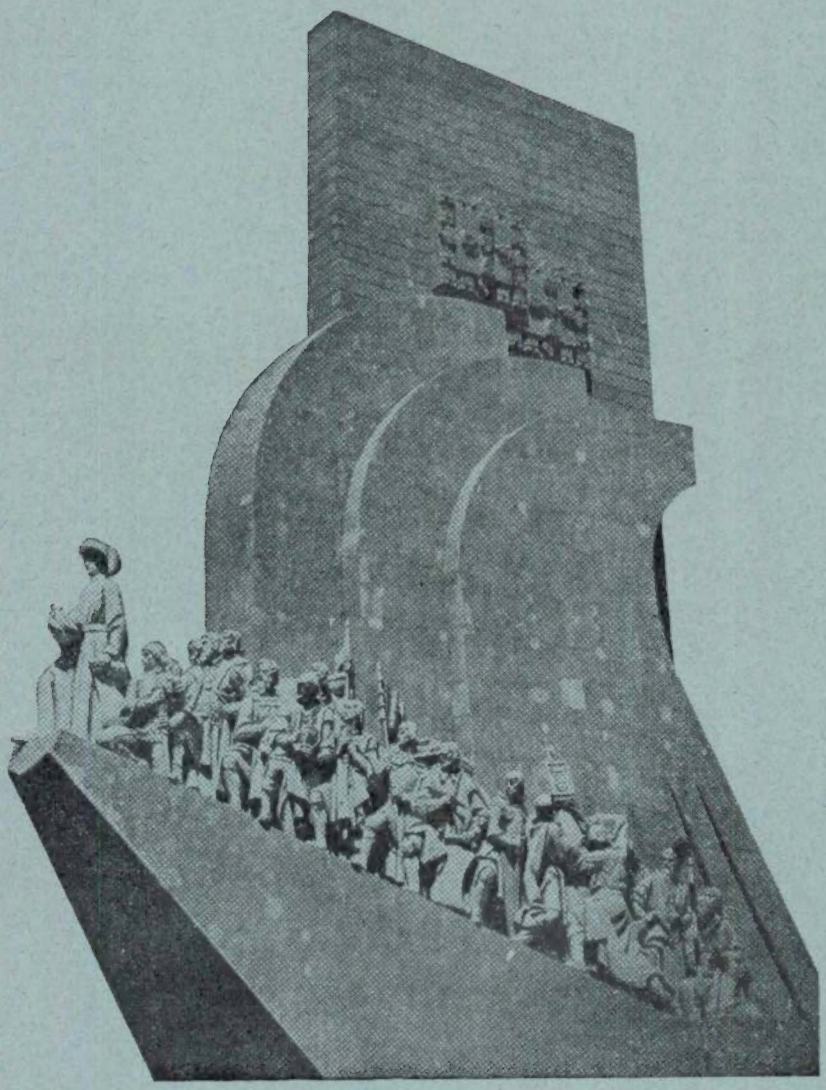
123 **Do Mundo Técnico**
A substituição dos tramos metálicos no viaduto de Trisanna. — Sistemas de condução do tráfego rodoviário pela rádio.

127 **Biblioteca**

CAPA Comp. Industrial Produtora de Antibióticos — Piso de Trabalho da zona de fermentação.

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

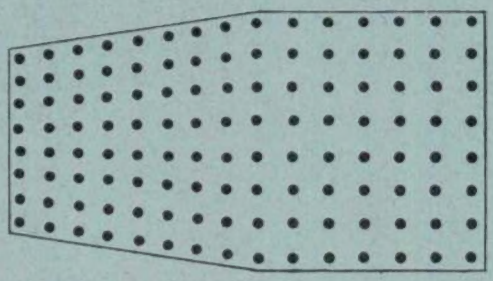
	Pág.
A	
A.E.I.S.T. — Publicações	XXXIII
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXX
Asea Eléctrica Ld.ª	XXVI
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
B	
Bell's e Comp.	XXXIX
C	
CIDEX	IV
CIDLA	XXXVII
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos	XXXII
Companhia União Fabril	XIV
C. Santos, Ltd.ª	V e VI
Construções Técnicas	XXV
D	
Dial	XX
Du Pont	IX
E	
Electro-Arco, Ltd.ª	IV
Empresa de Cimentos de Leiria	XLII
Empresa Electro Cerâmica	XXIX
Empresa de Produtos Asfálticos	X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
F	
Fábrica Portugal	III
Fanafel	XVI
FIX	XXVI
Fundações Franki, Lda.	I
G	
George Fischer	XII
Guedes & Almeida, Lda.	XL
H	
Harker Sumner & C.ª, Ltd.	XLIII
I	
I. C. I.	XXXI
I. S. T.	XXXVI
Impermeábilis	XX
Isola	XXVII
J	
Jayme da Costa, Lda	XV
Johann Keller	XLV
L	
LISNAVE	XXVIII
M	
Mafatil	XLIV
MAGUE	XIII
Metalúrgica Duarte Ferreira	XVIII
Mobil Oil Portuguesa	4.ª da capa
Monteiro Gomes, Lda.	XXXVIII
N	
Novobra, Lda.	2.ª da capa
P	
Pévolon	XXVIII
Q	
Quimicor, S.A.R.L.	XIX
S	
Sandvki	XLI
Soc Const Amadeu Gaudêncio	XXIX
Sociedade Portuguesa Cavan	VIII
Sociedade Portuguesa de Válvulas	XXVII
Sondagens e Fundações A. Cavaco	IV
Sondagens Ródio, Ltd.ª	XXXVI
Sotécnica	XLIV
Standard Eléctrica	VII
S. T. E. T.	XXI
U	
União Eléctrica Portuguesa	2.º da capa
V	
Vasco Pessoa, Lda.	XX
Von Roll	III
W	
Wild Portugal, Lda.	XXVII



O PADRÃO DAS DESCOBERTAS

(Praça do Império LISBOA)

ASSENTE SOBRE 120 ESTACAS FRANKI DE 120 TONELADAS COM UM COMPRIMENTO MEDIO DE 18 METROS POR ESTACA.



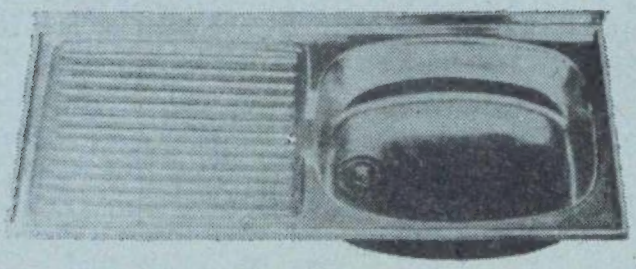
FUNDAÇÕES FRANKI, L.DA

Rua Braamcamp n.° 13-3.° — Lisboa — Telef. P.P.C. 734112 — End. Teleg. FRANKI

LAVA-LOUÇAS EM AÇO INOXIDAVEL

Modernize os lares de Portugal, usando nas suas cozinhas Lava-Louças em AÇO INOXIDÁVEL. Concepção e execução da

FABRICA PORTUGAL



elegantes e higiénicos · duração ilimitada · revestidos de isolante especial · fornecidos com sifão de segurança · não partem a louça

· 8 MODELOS STANDARD · OUTROS MODELOS FORA DE SÉRIE
MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES
· IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE
E NOS SEUS SALÕES DE EXPOSIÇÃO E VENDA

PRAÇA DOS RESTAURADORES · RUA FEBO MONIZ

Prensas hidráulicas
VON ROLL

com comando directo por bomba
ou por acumulador

Prensas para a fabricação
de eléctrodos
Prensas para extrusão de metais
Prensas de estampar
Prensas de forjar
Prensas de pratos aquecidos
Prensas para matérias plásticas
Filtros-prensas

VON ROLL S.A.
Fábrica de Klus, Klus/SO (Suiça)

Representantes em Portugal:
Socotel, Lda., Porto
Rua Sá da Bandeira, 651-4º
Tel. 27013

Prensa de eléctrodos, potência 3600 TON., com comando directo por bomba, destinada à fabricação de eléctrodos de carvão, em forma de blocos, para electrólise de aluminio

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:

- Petróleos
- Indústrias químicas
- Construções navais
- Centrais eléctricas
- Alimentação de caldeiras
- Etc., etc.

Sob as condições de funcionamento seguintes:

- Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
- Pressões: altas e baixas
- Temperaturas: −180° C + 500° C
- Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.°/Telef. 73 53 07/LISBOA 1

Pesquisas e captações de água

Sondagens

Rebaixamento de níveis aquíferos

Injecções e consolidações de terrenos

Fundações

Estacas de betão

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R/C ESQ. — LISBOA-1
— TELEF. 73 35 48 - 5 95 62 - 55 36 73

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

●

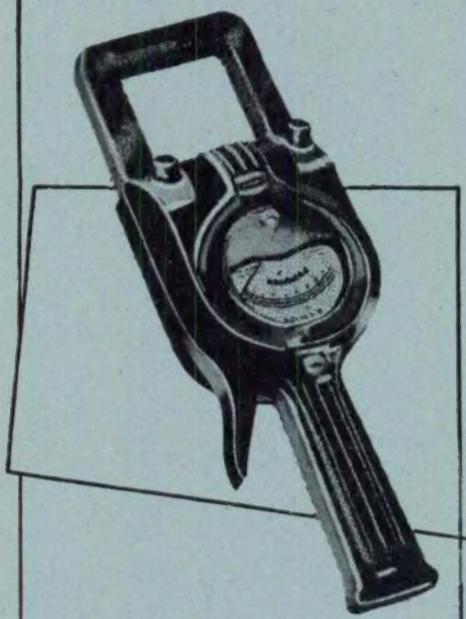
ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

●

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

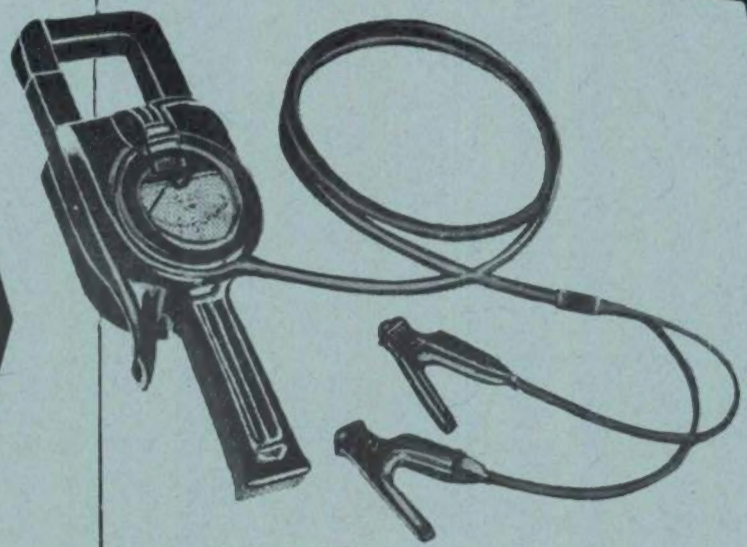
PINÇAS
FERRANTI



PINÇAS VOLT — AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	



PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

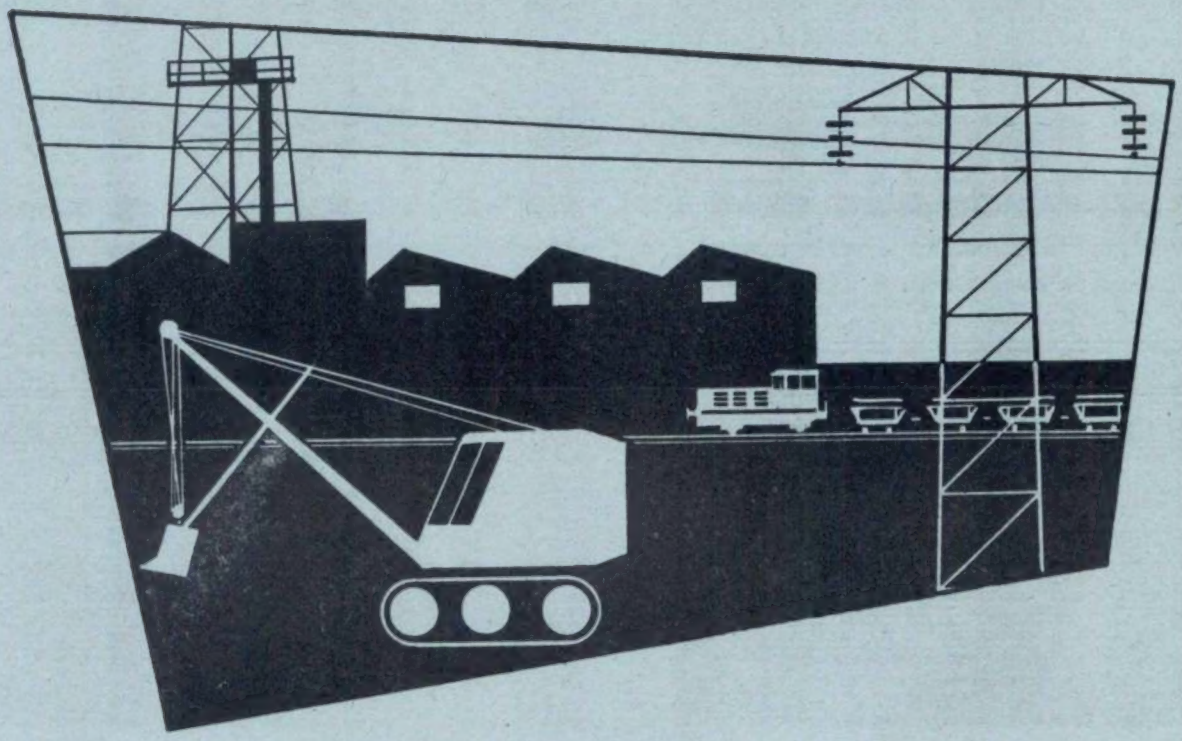
0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS, S. A. R. L.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL
AVENIDA DA LIBERDADE, 29-41 — LISBOA
160, RUA STA. CATARINA, 168 — PORTO



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS. ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS · ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES **C. SANTOS, S. A. R. L.** — DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO

E NÃO FOMOS SÓ NISTO OS PRIMEIROS!

EM 1930 EXPERIMENTÁMOS O PRIMEIRO TUBO COM VARREDURA E SINCRONIZAÇÃO ELECTRÓNICA. FOI FARNSWORTH O CIENTISTA A QUEM SE DEVE A TELEVISÃO DE HOJE. A ITT JÁ OBTEVE 20.000 PATENTES DOS SEUS INVENTOS E APERFEIÇOAMENTOS EM RADAR, TV, NAVEGAÇÃO AÉREA, LAZERS, ETC. TUDO ISTO SERIA DE ESPANTAR SE NÃO SE TRATASSE DO RESULTADO OBTIDO POR 200.000 PESSOAS ESPALHADAS POR MAIS DE 100 FÁBRICAS ESPALHADAS POR 51 PAÍSES

A *Standard Electrica, S.A.R.L*

É UMA ASSOCIADA DA **ITT**

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

✱

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✱

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA

Como o ALATHON® E/VA ajuda os moldadores de plásticos a entrar em novos mercados lucrativos

Peças em borracha podem agora ser produzidas em equipamento convencional de processar plásticos com resinas copolímeras ALATHON E/VA de etileno e acetato de vinilo. As resinas ALATHON E/VA possuem a resilíência e a resistência à flexão repetida da borracha e de outros materiais plásticos flexíveis *sem quaisquer problemas de migração, pois não contém nenhum plastificante.*

As resinas ALATHON E/VA são também fáceis de moldar por sopro, de injectar, de exturdir ou de moldar por vácuo. A rapidez dos ciclos nestas operações oferece ainda duas vantagens importantes: *economia de tempo e custo.*

Outras características: tenacidade a baixas temperaturas, fácil aceitação de cargas e fácil mistura com outros materiais termoplásticos.

O ALATHON E/VA tem um lugar importante na vossa gama de materiais de moldação.

® *Marca registada da Du Pont*

DU PONT

REG U S PAT OFF

Coisas melhores para viver melhor

.... graças à Química

Consulte os Serviços Técnicos do

DISTRIBUIDOR EM PORTUGAL

ANJOS PEREIRA & C.ª, L.DA

Rua D. João V, n.º 2, 3.º

Teleg. STAC **LISBOA** **Tel. 68 41 41**

Celulite

ISOLAMENTO
TÉRMICO DAS
CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS
*
TECTOS
*
PAREDES
*
CÂMARAS
FRIGORÍFICAS
*
ISOLAMENTOS
INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. • RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º • TEL. 73 01 56 — LISBOA

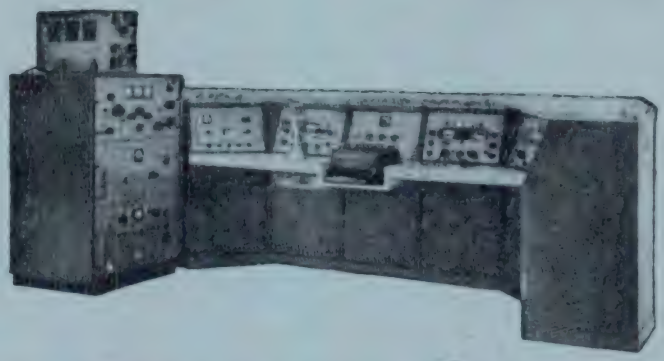
Para impermeabilizar terraços,
paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE
TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º - LISBOA

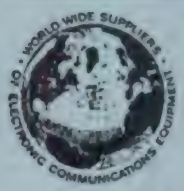
FÁBRICA EM SÁCAVÉM



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados



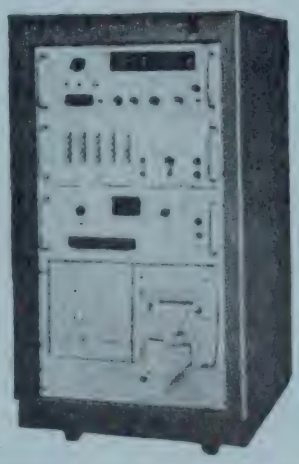
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

aparelhagem electrónica de medida e registo

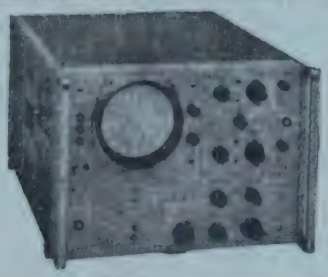
Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec



Registador Sanborn

Osciloscópio HP



Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

Considerada sobre todos os angulos a marca +GF+ vos proporcionará sempre a certeza que as suas máquinas de fundição estão à frente tanto em relação ao rendimento como à qualidade.

Extrato do nosso programa de fabricacão e venda:

Aparelhos para ensaio das areias

SIMPSON MIX-MULLER para serviço descontínuo ou continuo

Dispositivo automático de humidificação de areia MOLDABILITY CONTROLLER

Instalações de preparação de areias

Instalações de grenalhagem por turbina sem ar comprimido, sistema «WHEELABRATOR»

- Máquinas a tambor
- Máquinas especiais para limpesa e decapagem em uma só operação
- Máquinas com mesa de todos os géneros
- Máquinas monorail e carrossel
- Instalações de grenalhagem a passagem continua para produtos laminados

Máquina especial para o ensaio de grenalhas abrasivas

Georges Fischer Sociedade Anónima, Schaffhouse (Suiça)

Telefone (053) 5 60 31 / 5 70 31
Telegrammas: Geofischer Telescritor: 5 29 15 geofischer schf

técnica

NUMERO 352 * NOVEMBRO DE 1965 * ANO XL * VOL. XXVIII * DIRECTOR: ASSIS FARINHA MARTINS

C. D. U. 536.22 : 532.542.2

TRANSMISSÃO DO CALOR NUM TUBO EM ESCOAMENTO LAMINAR E REGIME NÃO ESTACIONÁRIO

por J. J. DELGADO DOMINGOS
Prof. do I. S. T.
do N. E. E. M. do I. A. C.

RESUMO

Apresentam-se as soluções analíticas para o campo das temperaturas num fluido em escoamento laminar, para condição inicial função arbitrária do espaço, temperatura de entrada do fluido e temperatura ou fluxo térmico impostos na superfície do tubo, funções arbitrárias do espaço e do tempo.

O método que se apresenta permite utilizar soluções conhecidas da equação da condução do calor a uma dimensão.

SYNOPSIS

This paper presents the analytical solutions for the field of temperatures of a fluid in laminar flow when the initial condition is an arbitrary function of space and the inlet temperature of the fluid and the temperature or thermal flux imposed on the surface of the tube are arbitrary functions of space and time.

The method here presented allows the utilization of known solutions of the one-dimension heat conduction equation.

0. INTRODUÇÃO

Não existindo soluções exactas da equação fundamental da transmissão do calor para o escoamento laminar em regime não estacionário, nem valores experimentais que permitam aferir do erro em que se incorre baseando a análise no conceito e valores do coeficiente de transmissão por convecção em regime estacionário, afigura-se de interesse apresentar as soluções intermédias que se obtêm admitindo que não existe condução axial e que a velocidade é constante na secção de escoamento. Estas hipóteses permitem reduzir o problema a um de condução do calor e estender a domínio diferente soluções já conhecidas.

Neste trabalho apresentam-se as soluções formais para o caso geral de a temperatura ou o fluxo térmico impostos na superfície do tubo serem funções arbitrárias da coordenada axial e do tempo. De igual modo, a velocidade ou a temperatura de entrada do fluido são funções arbitrárias do tempo e do espaço e do tempo, respectivamente. Posteriormente apresentar-se-á uma exemplificação numérica das soluções obtidas e far-se-á uma comparação com os valores que resultariam utilizando o método habitual de reduzir a descrição do sistema a uma dimensão e usar valores para o coeficiente de transmissão do calor por convecção obtidos em regime estacionário.

1. FORMULAÇÃO DO MODELO

1.0. Admitiremos que:

a) a secção do escoamento é constante
b) o sistema possui simetria radial
c) a velocidade do fluido é positiva e só função do tempo
d) a condução axial do calor e a dissipação viscosa são desprezáveis
e) a difusibilidade térmica e a massa específica do fluido são constantes
f) na superfície cilíndrica que contém o escoamento a temperatura ou o fluxo térmico são funções do espaço e do tempo que satisfazem às condições de Dirichelet
g) a temperatura do fluido à entrada do tubo é uma função do tempo e do raio que satisfaz às condições de Dirichelet

e adoptaremos a seguinte simbologia mais importante:

T — temperatura
θ — temperatura do fluido definida pela transformação 3)
X, x — coordenada axial cuja origem se situa na entrada do tubo e é positiva no sentido do escoamento
r — coordenada radial
R — raio do tubo
u — velocidade do fluido
K — condutibilidade térmica
α — difusibilidade térmica
t, τ — tempo
x_0 — posição dum subsistema em $t = 0$
t_0 — instante em que um subsistema entra no tubo
$'$ — derivada substancial ou segundo o movimento
Δ — Laplaciano.

1.1 — Atendendo a *e*) a equação fundamental da transmissão do calor [1] reduz-se a

1) $$\rho\, c\, T' = \operatorname{div}(K \operatorname{grad} T)$$

e se a condutibilidade térmica for constante

2) $$T' = \alpha\, \Delta\, T$$

Se $K = K(T)$, introduzindo a mudança da variável

3) $$\Theta = \frac{1}{K} \int_0^T K\, d\, T \quad (*)$$

onde K_0 é a condutibilidade térmica para $T = 0$, resulta

4) $$\Theta' = \frac{K}{K_0}\, T'$$

(*) Como imediatamente se conclui, se K não é função da temperatura, resulta $\Theta = T$

$$\text{grad } T = \frac{K_o}{K} \text{ grad } \Theta$$

pelo que 2) se reduz a

5) $$\Theta' = \alpha \, \Delta \, T$$

sendo α constante, por hipótese

1.2 — Atendendo a b) e d) e adoptando uma descrição em coordenadas cilíndricas 5) pode escrever-se

6) $$\frac{1}{\alpha} \Theta' = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r}$$

sendo, por c)

7) $$\Theta' = \frac{D\Theta}{Dt} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} + u \frac{\partial \Theta}{\partial x}$$

ou seja, numa descrição de Euler, a equação fundamental da transmissão do calor reduz-se a

8) $$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r}$$

1.3 — Por hipótese as condições aos limites são da forma

9) $T = \varphi_1 (x, t)$ para $r = R$ $t > 0$ e $x > 0$

ou

10) $-K \frac{\partial T}{\partial r} = q (x, t)$ para $r = R$ $t > 0$ $x > 0$

e

11) $T = \Psi_1 (r, t)$ para $r \leqslant R$ $t > 0$ $x = 0$

e a condição inicial será

12) $T = \Phi_1 (x, r)$ para $r \leqslant R$ $t = 0$ $x \geqslant 0$

1.3.1 — As condições anteriores exprimem-se na variável Θ pela transformação 3) isto é, será:

9') $\Theta = \frac{1}{K_o} \int_o^{\varphi_1} K \, d \, T = \varphi (x, t)$ para $r = R$ $t > 0$ e $x > 0$

10') $-K_o \frac{\partial \Theta}{\partial r} = q (x, t)$ para $r = R$ $t > 0$ $x > 0$

11') $\Theta = \frac{1}{K_o} \int_o^{\Psi_1} K \, d \, T = \Psi (r, t)$ para $r = R$ $t > 0$ $x = 0$

12') $\Theta = \frac{1}{K_o} \int_o^{\Phi_1} K \, d \, T = \Phi (x, r)$ para $r > R$ $t = 0$ $x > 0$

2. MÉTODO DE SOLUÇÃO (*)

2.0 Considere-se a fracção de fluido (subsistema) contida entre os planos x, $x + dx$ e a superfície cilíndrica $r = R$.

Por hipótese $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial r} = 0$, pelo que o subsistema mantém a sua forma geométrica durante o movimento no interior do tubo, donde resulta que numa descrição de Lagrange a sua posição fica completamente determinada conhecendo a coordenada x_0 em $t = 0$ (se $x_0 > 0$ ou o instante t_0 em que o elemento entrou no tubo (se $x_0 < 0$) ou ainda, dum modo geral, sabendo a posição x que ocupa no instante t.

Mas num sistema de coordenadas cilíndricas fixadas ao subsistema onde fizemos coincidir o eixo dos xx com o eixo do escoamento, a evolução das temperaturas no fluido rege-se pela equação 6) a qual não é mais que a equação da condução do calor num cilindro cujas bases são isoladas e onde existe simetria radial. O problema pode pois reduzir-se a um de condução do calor desde que no sistema de eixos móveis se introduzam as condições iniciais e aos limites.

2.1. As condições impostas ao sistema através da superfície do tubo são função da posição axial e do tempo. Todavia, em relação ao subsistema, cuja extensão segundo x é infinitesimal, as condições impostas em $r = R$ são apenas função do tempo. Com efeito, designemos por $f(x, t)$, sob forma genérica, a dependência no espaço e no tempo das condições na superfície do tubo em relação a eixos fixos.

2.1.1. Considerem-se os subsistemas para os quais $x_0 > 0$ em $t = o$, isto é, os subsistemas que se encontravam no interior do tubo no instante arbitrário tomado para origem dos tempos.

No instante $t > 0$ estes subsistemas ocupam a região do tubo

13) $$x > \int_0^t u \, dt$$

Por outro lado, o subsistema que se encontra em X no instante t encontrava-se em

14) $$x_0 = X - \int_0^t u \, dt$$

no instante $t = o$, e na sua superfície verificava-se portanto nesse instante a condição $f(x_0, 0)$.

Num instante $0 \leqslant \tau \leqslant t$ aquele mesmo subsistema ocupa a posição

$$x = X - \int_0^t u \, dt + \int_0^\tau u \, dt$$

ou

15) $$x = X - \int_\tau^t u \, dt$$

na sua superfície a condição imposta ao instante τ é pois

16) $$f\left(X - \int_\tau^t u \, dt, t\right)$$

(*) O método de solução poderia apresentar-se apenas como uma mudança de variável o que conduziria a uma exposição mais condensada. Preferiu-se a via adoptada por ser fisicamente mais intuitiva.

2.1.2. Considerem-se agora os subsistemas que entraram no tubo apenas em $t_0 > 0$. Estes ocuparão no instante t a região do tubo

17) $$x < \int_0^t u\, dt$$

e um subsistema que no instante t se encontra em X entrou no tubo no instante t_0 dado implìcitamente por

18) $$X = \int_{t_0}^t u\, dt$$

Façamos

19) $$\xi = t - t_0 \geqslant 0$$

com o que introduzimos uma nova origem dos tempos para cada subsistema cuja posição satisfaz a 17).

Em $\xi = 0$ o subsistema entra no tubo e a condição na superfície exprime-se por $f(0, t_0)$.

Num instante $0 \leqslant \tau \leqslant \xi$ encontra-se em

20) $$x = \int_{t_0}^{\tau + t_0} u\, dt = X - \int_{t-\tau}^t u\, dt$$

sujeito à condição à superfície

21) $$f\left(\int_{t_0}^{\tau + t_0} u\, dt, \tau + t_0\right)$$

2.2. As expressões 16) ou 21) são, relativamente ao subsistema, apenas função de τ e traduzem, no sistema de eixos móveis, as condições à superfície expressas em eixos fixos pela forma genérica $f(x, t)$.

X e t são parâmetros que identificam o subsistema alternativamente a x_0 e t_0, como já se referiu

2.3. Expressas as condições aos limites a formulação matemática exige o conhecimento das condições iniciais para cada subsistema.

2.3.1. Para os subsistemas cuja posição satisfas à expressão 13) a condição inicial é, por 14).

22) $$T = f\left(X - \int_0^t u\, dt, r\right) = f_1(X, t, r)$$

a qual, pela transformação 3) se exprime no variável Θ por

23) $$\Theta = \frac{1}{K_0} \int_0^{\Phi_1} K\, dt = \Phi(X, t, r)$$

2.3.2. Para os subsistemas que em t ocupam o domínio defenido por 17) o instante inicial corresponde a $\tau = 0$. Atendendo a 19) e 11) a condição inicial para o subsistema que no instante t se encontra em X será pois

24) $$T = \Psi(r, t_0) \qquad \text{para} \quad \tau = 0 \quad r < R$$

ou, na variável Θ

25) $$\Theta = \frac{1}{K_0} \int_0^{\psi(r, t_0)} K \, dT \qquad \text{para} \quad \tau = 0 \quad r < R$$

sendo t_0 dado por 18).

2.4. Expressas as condições iniciais e aos limites para qualquer subsistema, vejamos seguidamente a solução do problema para dois casos particulares de condições sobre a superfície.

3. FLUXO TÉRMICO IMPOSTO NA SUPERFÍCIE DO TUBO

3.1. Em relação a eixos móveis e para os subsistemas que ocupam o domínio $X > \int_0^t u \, dt$ o problema formula-se matemàticamente do seguinte modo:

Determinar $\Theta(r, \tau)$ tal que

$$\frac{1}{\alpha} \Theta' = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \qquad r < R \quad \tau > 0$$

$$-K_0 \frac{\partial \Theta}{\partial r} = q \left(X - \int_\tau^t u \, dt, \tau \right) = q_1 (X, t, \tau) \qquad r = R \quad \tau > 0$$

$$\Theta = \frac{1}{K_0} \int_0^{\Phi_1 (X, t, r)} K \, dT = \Theta_0 (X, t, r) \qquad r \leqslant R \quad \tau = 0$$

como fàcilmente se verifica

27) $$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$$

em que Θ_1 é tal que

$$\frac{1}{\alpha} \Theta'_1 = \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta_1}{\partial r} \qquad r < R \quad \tau > 0$$

28) $$\frac{\partial \Theta_1}{\partial r} = 0 \qquad r = R \quad \tau > 0$$

$$\Theta_1 = \Theta_0 (X, t, r) \qquad r \leqslant R \quad \tau = 0$$

e Θ_2 tal, que

$$\frac{1}{\alpha} \Theta'_2 = \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial r_2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta_2}{\partial r} \qquad r < R \quad \tau > 0$$

29) $$-K_0 \frac{\partial \Theta_2}{\partial r} = q_1 (X, t, \tau) \qquad r = R \quad \tau > 0$$

$$\Theta_2 = 0 \qquad r < R \quad \tau = 0$$

sendo, pelo teorema de Duhamel [1].

30) $$\Theta_2 (X, t, r, \tau) = \int_0^{\tau} \Theta_3 (r, \tau - \lambda) \frac{d q_1}{d \tau} (X, t, \lambda) \, d \lambda + \Theta_3 (r, \tau) \, q_1 (X, t, 0)$$

em que Θ_3 satisfaz a

$$\frac{1}{\alpha} \Theta'_3 = \frac{\partial^2 \Theta_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta_3}{\partial r} \qquad r < R \quad \tau > 0$$

31) $$- K_0 \frac{\partial \Theta_3}{\partial r} = 1 \qquad r = R \quad \tau > 0$$

$$\Theta_3 = 0 \qquad r < R \quad \tau = 0$$

3.1.1. A solução explícita de 28) depende da forma de Θ_0. Por hipótese Θ_0 satisfaz às condições de Dirichelet pelo que a solução de 28) é no caso geral [2].

32) $$\Theta_1 (X, t, r, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \, e^{-\lambda_n^2 \alpha \tau} J_0 (\lambda_n r)$$

sendo

33) $$C_n = \frac{2}{R^2 [J_0^2 (\lambda_n R) + J_1^2 (\lambda_n R)]} \int_0^R r \, \Theta_0 (X, t, r) \, J_0 (\lambda_n r) \, d r$$

onde λ_n são as raízes de

34) $$J_1 (\lambda R) = 0$$

A solução de 31) obtém-se pelo mesmo método e é [3]

35) $$\Theta_3 (r, \tau) = \frac{2 \alpha \tau}{K_0 R} - \frac{R}{K_0} \left\{ \frac{r^2}{2 R^2} - \frac{1}{4} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 \alpha \tau} \frac{J_0 (\lambda_n r)}{\lambda_n^2 R^2 J_0 (\lambda_n R)} \right.$$

sendo os λ_n as raízes de 34).

Substituindo 35) em 30) obter-se-á $\Theta_2 (X, t, r, \tau)$. Por 27) obteremos $\Theta (X, t, r, \tau)$ que será a temperatura em função de r no instante τ para o subsistema identificado por se encontrar em X no instante t.

3.1.2 — As soluções anteriores, onde X e t são parâmetros, dão a temperatura no subsistema em função do raio num instante τ. Como porém o subsistema se encontra na coordenada axial X no instante t, se fizermos $\tau = t$ na expressão de $\Theta (X, t, r, \tau)$ obteremos $\Theta (X, t, r)$ que será a temperatura do fluido expressa em relação aos eixos fixos e em função do tempo no domínio definido por 13).

3.2. Para os subsistemas que no instante t ocupam o domínio

36) $$X < \int_0^t u \, dt$$

o problema formula-se, matemàticamente, de modo análogo ao anterior:

Determinar $\Theta (r, \tau)$ tal que

$$\frac{1}{\alpha} \Theta' = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \qquad r < R \qquad t > 0$$

$$- K_0 \frac{\partial \Theta}{\partial r} = q \left(\int_{t_0}^{\tau + t_0} u \, dt, \tau + t_0 \right) \qquad r = R \qquad t > 0$$

37)

$$= q_1 (\tau, t_o)$$

$$\Theta = \frac{1}{K_o} \int_o^{\Psi (r, t_o)} K \, dt = \Theta_o (r \; t_o)$$

sendo, novamente

38) $$\Theta = \Theta_4 + \Theta_5$$

em que Θ_4 é dado pela expressão 32) sendo, todavia, os c_n dados por

39) $$c_n = \frac{2}{R^2 [J_0^2 (\lambda_n R) + J_1^2 (\lambda_n R)]} \int_o^R r \, \Theta_o (r, t_o) \, J_o (\lambda_n r) \, dr$$

$\Theta_5 (\tau, r, t_o)$ obtem-se de Θ_3 dado por 35) usando o teorema de Duhamel

40) $$\Theta_5 (r, \tau, t_o) = \int_o^\tau \Theta_3 (r, \tau - \lambda) \frac{dq_1}{d\tau} (\lambda, t_o) \, d\lambda + \Theta_3 (r, \tau) \, q_1 (o, t_o)$$

3.2.1 Tal como anteriormente, Θ exprime a temperatura no subsistema que entrou no tubo em $t = t_o$ em função de r e τ. Relativamente a eixos fixos Θ exprime a temperatura na secção de coordenada

41) $$X = \int_{t_o}^t u \, d \, t$$

no instante $t = \tau + t_o$, em função de r.

Como $u = u (t)$ é conhecido, de 41) poderá determinar-se

42) $$t_o = t_o (X, t)$$

que substituído em $\Theta (r, \tau, t_o)$ exprimirá Θ em relação aos eixos fixos.

4. TEMPERATURA IMPOSTA NA SUPERFÍCIE DO TUBO

4.2 — Para os subsistemas que ocupam o domínio $x \geqslant \int_o^t u \, d \, t$ o problema formula-se matemàticamente como

Determinar $\Theta (r, \tau)$ tal que

43) $$\frac{1}{\alpha} \Theta' = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \qquad r < R \qquad \tau > 0$$

44)
$$\Theta = \varphi \left(X - \int_\tau^t u \, d \, t, \tau\right) = \varphi_1 (X, t, \tau) \quad r = R \qquad \tau > 0$$

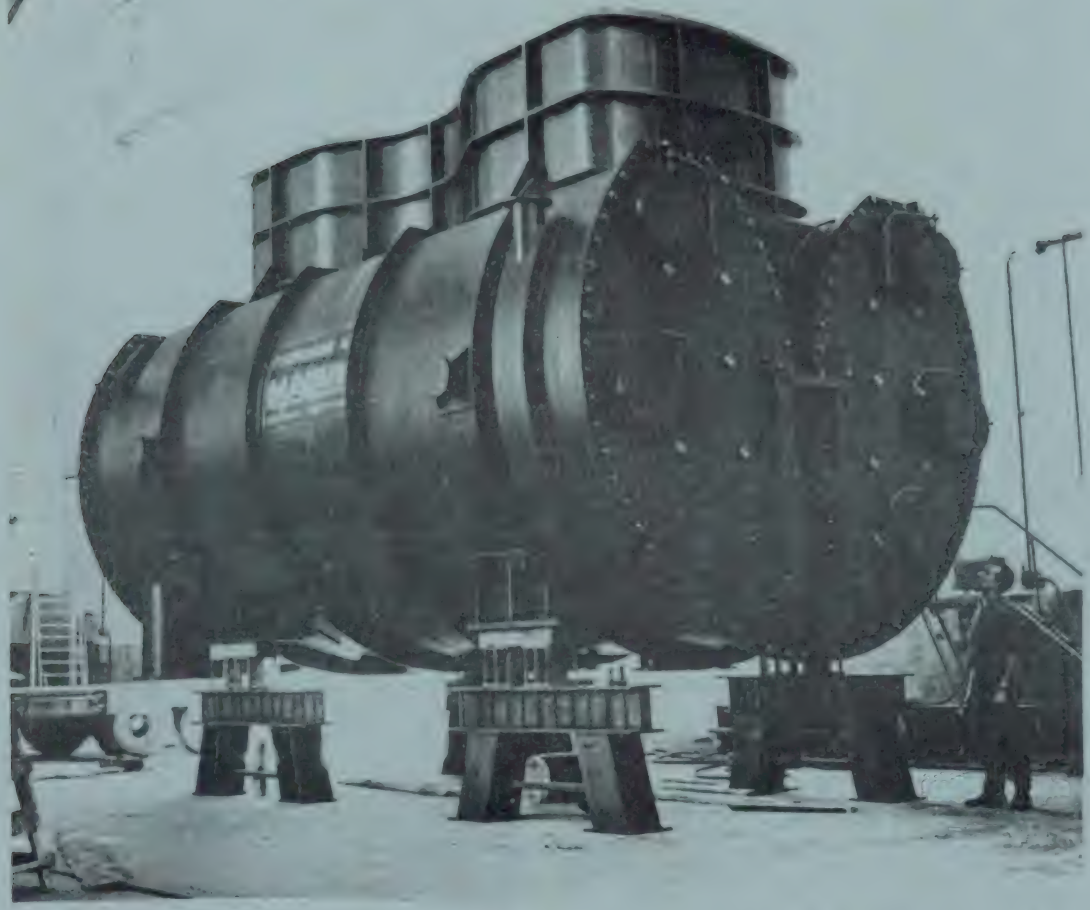
$$\Theta = \frac{1}{K_o} \int_o^{\Psi} K \, d \, t = \Theta_o (X, t, r) \qquad r < R \qquad \tau = 0$$

e Θ obtém-se, anàlogamente aos casos anteriores, de

45) $$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$$

4.1.1. — Θ_1 satisfaz à equacão diferencial 43), à condição do limite de a temperatura ser zero em $r = R$ e à condição inicial

MAGUE



CONDENSADOR DO TURBO GRUPO DE 50 MW DA CENTRAL DE TAPADA DO OUTEIRO III

Condensador de superfície (3000 m^2) para água doce, com duas passagens

(Fornecido em colaboração com Brown Boveri & Cie.)

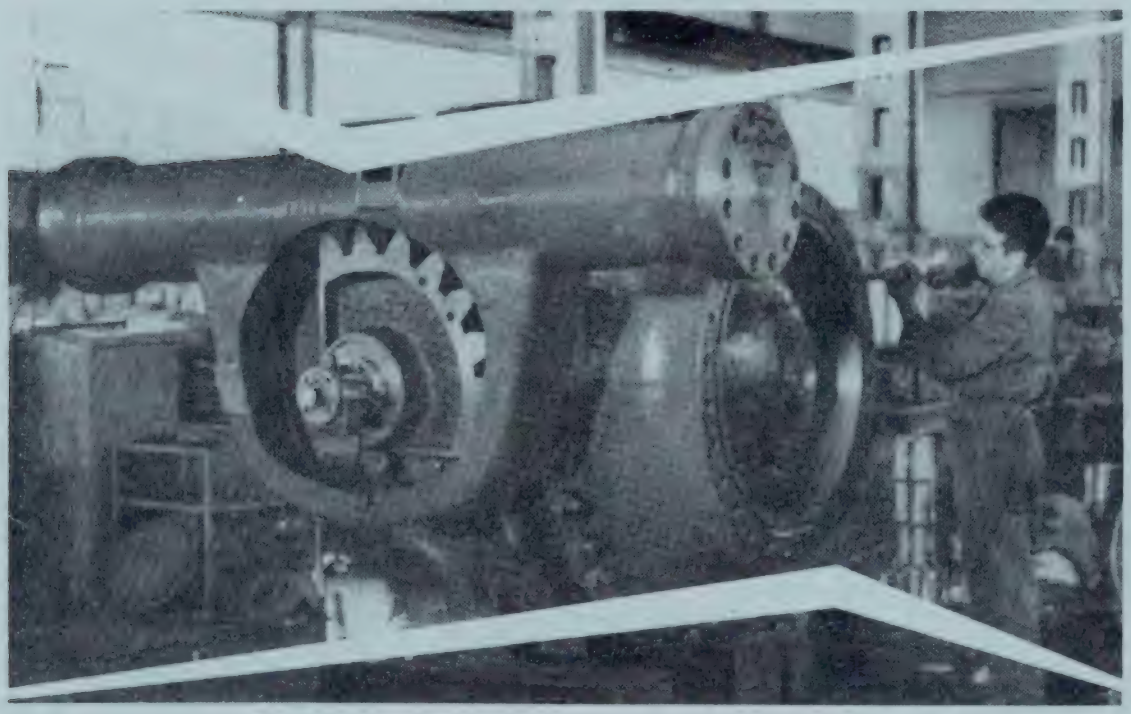
PONTES ROLANTES — *Projecto e fabrico*
GUINDASTES — *Projecto e fabrico*
APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS — *Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS — *Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey*
TURBINAS A VAPOR — *Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie*
EQUIPAMENTOS INDUSTRIAIS

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

aços vazados
ferros meehanite
mecânica MÉDIA E PESADA
construções metálicas

COMPORTAS
TURBINAS
CONDUTAS FORÇADAS
RESERVATÓRIOS SOB PRESSÃO
PERMUTADORES DE CALOR



Centrais Hidráulicas
Válvula Esférica para Lomaum

DMM

DIVISÃO METALO-MECÂNICA
COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AVENIDA 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 ✦ TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 ✦ TELEGRAMAS: METALOFABRIL

46) $$\Theta_1 = \Theta_0 (X, t, r)$$

sendo a solução

47) $$\Theta_1 = \sum_{n=}^{\infty} c_n \, e^{-\lambda_n^2 \alpha \tau} \, J_0 (\lambda_n r)$$

Os coeficientes do desenvolvimento em série, c_n, determinam-se pela expressão 33) e os valores λ_n são as raizes da equação

48) $$J_0 (\lambda_n R) = 0$$

4.1.2. — Θ_2 obtém-se pelo teorema de Duhamel

49) $$\int_0^{\tau} \Theta_3 (r, \tau - \lambda) \frac{d \varphi_1}{d \tau} (X, t, \lambda) \, d \lambda + \Theta_3 (r, \tau) \, \varphi (X - \int_0^t u \, d t, 0)$$

onde $\Theta_3 (r, \tau)$ é a função que satisfaz à equação diferencial 43), à condição ao limite de $\Theta_3 = 1$ em $r = R$ e à condição inicial de a temperatura ser zero para $r < R$.

Θ_3 é dado por [2]:

50) $$\Theta_3 (r, \tau) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \, J_1 (\lambda_n R) \, . \, e^{-\lambda_n^2 \alpha \tau}}{R \lambda_n \, [J_0^2 (\lambda_n R) + J_1^2 (\lambda_n R)]} \, J_0 (\lambda_n r)$$

4.1.3. Tal como em 3.1.2 a descrição da temperatura do fluido em relação a eixos fixos obtém-se fazendo $t = \tau$ na expressão de $\Theta (X, t, r, \tau)$.

4.2. Para os subsistemas que ocupam o domínio $x < \int_0^t u \, d t$, Θ obtém-se relativamente a eixos móveis pela solução de

51) $$\frac{1}{\alpha} \Theta' = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \qquad r < R \quad \tau > 0$$

52) $$\Theta = \varphi \, (\int_{to}^{\tau + to} u \, d t, \tau + t_0) = \varphi_2 (\tau, t_0) \qquad r = R \quad \tau > 0$$

$$\Theta = \frac{1}{K_3} \int_0^{\psi_1 (r, t_0)} K \, d T = \psi (r, t_0) \qquad r < R \quad \tau = 0$$

sendo t_0 o instante em que o subsistema entra no tubo, o qual será dado implìcitamente por

53) $$X = \int_{to}^{t} u \, d t$$

se o subsistema se encontrar em X no instante t.

4.2.1. Θ obtém-se também da soma:

54) $$\Theta = \Theta_4 + \Theta_5$$

em que Θ_4 satisfaz 51) e à condição ao limite

$\Theta_4 = 0$ para $r = R$ e à condição inicial

$\Theta = \Theta_4 (r, t_0)$ para $r < R$. $\Theta_4 (r, t_0, \tau)$ é dado pela expressão geral 47) em que os λ_n são raízes de 48) e os c_n são determinados da expressão 33) substituindo Θ_0 por $\Psi (r, t_0)$.

4.2.2. $\Theta_5 (r, \tau, t_0)$ obtém-se de

$$\Theta_5 = \int_0^{\tau} \Theta_3 (r, \tau - \lambda) \frac{d \varphi_2}{d \tau} (\lambda, t_0) \, d \lambda \tag{55}$$

sendo Θ_3 dado por 50)

4.2.3. Identicamente ao exposto em 3.2.1 a expressão de Θ relativamente a eixos fixos e a t obtém-se exprimindo t_0 em função de X pela relação 41) e substituindo em $\Theta (r, t_0, \tau)$, τ por $\tau = t - t_0$.

BIBLIOGRAFIA

[1] Delgado Domingos — «Transmissão do calor por condução e convecção» — Revista Portuguesa de Química.
[2] Delgado Domingos — «Condução do calor em sólidos em regime variável» — Técnica n.º 325, 1963.
[3] Carlow e Jaeger — «Conduction of Heat in solids» — Oxford U. P. 1959.

C. D. U. 621.396.026.55

TRANSMISSÕES EM ONDAS DECAMÉTRICAS

PREVISÃO DA FREQUÊNCIA A UTILIZAR

por A. F. FERREIRA DOS SANTOS
Eng. Elect. (I. S. T.)

RESUMO

O processo corrente de previsão das frequências a utilizar nos sistemas de comunicação em ondas decamétricas, consiste exclusivamente na determinação do valor mediano da frequência máxima utilizável e de uma frequência óptima de tráfego que para a camada F_2 se faz igual a 85 % daquela mediana. No presente artigo, expõe-se um método de cálculo que faz intervir a distribuição estatística dos parâmetros que determinam as condições de propagação, cujos resultados, expressos na probabilidade de que a comunicação se faça com êxito, são de maior confiança, e facilitam a escolha correcta da frequência a utilizar.

SINOPSYS

The process currently used in the forecast of the frequencies to be employed in broadcasting systems using decametric waves, consists exclusively in determining the median value of the Maximum Usable Frequency (MUF) and a frequency called optimum traffic frequency which, for the layer F_2, is made equal to 85 % of that median value. In this article a method of calculation that deals with the statistical distribution of the parameters that determine prepagation conditions is exposed. The results of this method expressed in the probability of sucess of the communication, are more secure than usual in classical methods and they facilitate the choice of the correct frequency to be used.

1. INTRODUÇÃO

A atenuação das ondas electromagnéticas que se propagam por reflexão nas camadas ionizadas da atmosfera (caso das ondas decamétricas), está sujeita a variações regulares que, para um dado circuito radioeléctrico, são quase exclusivamente determinadas por três parâmetros: frequência, hora da transmissão e índice de actividade solar. Se se considerar a variação das condições de propagação ao longo de um mês, período usual nas previsões de frequência, podem tomar-se como variáveis, apenas a frequência e a hora da transmissão, e exprimir as condições de propagação em função destas duas grandezas, procedimento que é universalmente seguido.

A estas variações regulares sobrepõem-se outras de ocorrência aleatória, que resultam das alterações irregulares das características da ionosfera (densidade de ionização, altura, perfil e forma das camadas) e ainda da existência simultânea de diversos modos de propagação. O ruído, de que depende a qualidade da recepção, está sujeito às variações anteriores e ainda às alterações casuais do grande número de fontes que o geram.

Estas variações irregulares do sinal e do ruído têm influência na qualidade do serviço de comunicação, mas dada a sua natureza não podem ser previstas.

Trabalhos relativamente recentes do C.C.I.R. e de outros Organismos que se dedicam ao estudo da ionosfera, mostraram que as variações irregulares do sinal e do ruído podem ser descritas com boa aproximação por leis estatísticas simples, o que permite tomá-las em consideração na previsão das condições de recepção das emissões em ondas decamétricas.

O método de previsão que vamos expor consiste em calcular a probabilidade de que a comunicação satisfaça às condições desejadas para cada par de valores: frequência — hora da emissão. Efectuando o cálculo para uma rede de pontos conveniente, podem traçar-se as curvas de probabilidade constante num sistema de coordenadas horas — frequência; obtém-se assim um diagrama em que são considerados todos os elementos que condicionam a qualidade da recepção, e cuja interpretação é imediata.

Um diagrama deste tipo é apresentado por Greenberg na publicação «Optimum H.F. Predic-

tion», [2], na elaboração do qual são tomadas em consideração as distribuições de dia para dia do sinal, do ruído, e da frequência máxima utilizável.

2. PROBABILIDADE DE SERVIÇO

Nas transmissões em espaço livre a potência do sinal captada pela antena receptora, s, é dada pela expressão

$$s = \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 t \; g_T \, g_R \qquad (1)$$

em que

λ — comprimento de onda

d — distância entre as antenas emissora e receptora

t — potência radiada

g_T e g_R — ganho relativamente à antena isotrópica das antenas emissora e receptora na direcção em que se faz a transmissão.

Em unidades logarítmicas (*)

$$S = T - 20 \log_{10} \frac{4\pi d}{\lambda} + G_T + G_R \quad (\text{d B})$$

Nas comuniçações em ondas decamétricas entre dois pontos da superfície terrestre intervêm a atenuação ionostérica A_I e a atenuação por reflecção no terreno A_T. Assim teremos

$$S = T - 20 \log_{10} \frac{4\pi d}{\lambda} + G_T + G_R - A_I - A_T \quad (2)$$

Nesta expressão a atenuação ionosférica A_I é uma grandeza com carácter estatístico como apontámos em 1. As respectivas variações de dia para dia ao longo de um mês seguem com boa aproximação a distribuição de Gauss com um desvio padrão de 5 dB.

Sendo constantes os restantes termos da expressão anterior, S seguirá também a lei normal com o mesmo desvio padrão, e mediana

$$\bar{S} = T - 20 \log_{10} \frac{4\pi d}{\lambda} + G_t + G_R - \bar{A}_I - A_T \quad (3)$$

em que $\bar{A}_I$ se calcula por uma expressão semi-empírica devida a Haydon e Laitinen [3].

(*) Representaremos por maiúsculas as grandezas expressas em dB.

Designando a potência de ruído captada pela antena receptora por N, a relação sinal-ruído R terá o valor

$$R = S - N \qquad (4)$$

em que N, tal como S, é uma grandeza com distribuição normal, cuja variância é função da frequência, da hora da transmissão e da estação do ano. Considerando as variáveis S e N incorrelacionadas, a diferença S — N segue uma lei normal com um valor mediano

$$\bar{R} = \bar{S} - \bar{N} \qquad (5)$$

e uma variância

$$\sigma_R^2 = \sigma_S^2 + \sigma_N^2 \qquad (6)$$

Sendo R_0 a relação sinal-ruído mínima, que a qualidade de recepção pretendida impõe, a diferença

$$\bar{R} - R_0 \qquad (7)$$

determina a fracção do tempo total em que a relação sinal ruído R_0 é igualada ou ultrapassada. Esta fracção é designada duração de serviço, nas publicações do C.C.I.R. Será representada por δ (fig. 1).

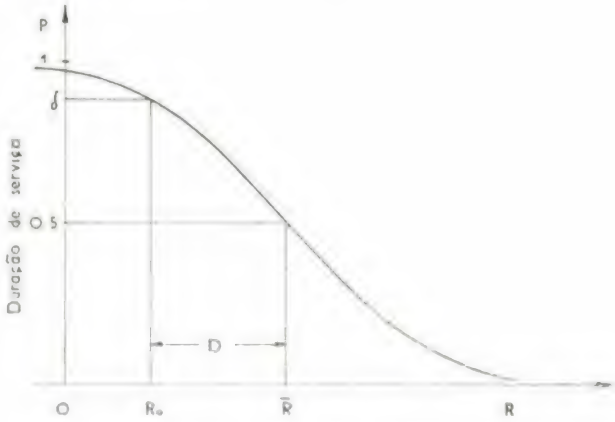


Fig. 1

Como a distribuição de R é normal, δ satisfaz a relação

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_R} \int_{R_0}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(R-\bar{R})^2}{2\,\sigma_R^2}\right] dR$$

Introduzindo nesta expressão um parâmetro m e uma variável x definidos por

$$\bar{R} - R_0 = m\,\sigma_R \quad (8) \qquad x = \frac{R - \bar{R}}{\sigma_R} \quad (8')$$

resulta

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{m} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \qquad (9)$$

Designando por m_o o valor de m que corresponde à duração de serviço desejada, e por S_o o valor mediano da potência do sinal que garante esta duração de serviço, de (5) (7) e (8) obtém-se

$$\overline{S}_o = \overline{N} + R_o + m_o \sigma_R \qquad (10)$$

Se se pretender operar com a potência do sinal relativa à portadora, como é usual, a relação R_o que intervém nesta expressão tem o significado de relação (em dB) entre a potência da portadora e a potência do ruído captadas pela antena receptora. R_o depende da relação sinal-ruído desejada em audio-frequência, que caracteriza a qualidade da recepção; esta relação pode fixar-se a partir dos resultados de ensaios de perceptibilidade (palavra), e apreciação subjectiva (música), efectuados com grande número de indivíduos. A relação R_o é função da relação sinal-ruído em audiofrequência e do factor de modulação (V. apêndice).

Em geral, o valor da potência necessária à satisfação da qualidade de serviço desejada, dado pela expressão (10) será diferente do valor mediano da potência captada pela antena receptora, dado por (3). A diferença entre estes dois valores

$$D = \overline{S} - \overline{S}_o = \overline{S} - \overline{N} - R_o - m_o \sigma_R \qquad (11)$$

dá-nos uma indicação do êxito da transmissão. Contudo, quer $\overline{S}$ quer $\overline{S}_o$ estão sujeitas a desvios casuais que lhes conferem o carácter de variáveis estatísticas. Assim

- $\overline{S}$ está afectada das incertezas dos elementos que intervêm no cálculo da expressão (3). No caso da radiodifusão refere-se em particular a incerteza relativa a G_R.
- N apresenta desvios de ano para ano e de local para local.
- R_o depende do ouvinte, e das características do programa (caso da radiodifusão).
- σ_R também está afectada de incerteza. As leis de distribuição das variações de dia para dia do sinal e do ruído são leis médias, relativamente às quais se observam desvios de local para local e de ano para ano.

Para tornar mais clara a escrita da equação (11) substituiremos $\overline{S}$ por $\overline{S} + \Delta\overline{S}$ e $\overline{N}$ por $\overline{N} + \Delta\overline{N}$ passando $\overline{S}$ e $\overline{N}$ a terem o significado de média das médias. Deste modo,

$$D = \overline{S} + \Delta\overline{S} - (\overline{N} + \Delta\overline{N}) - R_o - m_o \sigma_R \qquad (12)$$

Com aproximação suficiente pode admitir-se que as grandezas que intervêm nesta expressão seguem a lei de Gauss o que significa que, com melhor aproximação, D terá a mesma distribuição.

Tratando-se de variáveis sem correlação obtém-se

$$\overline{D} = \overline{S} - \overline{N} - \overline{R}_o - m_o \overline{\sigma}_R \qquad (13)$$

$$\sigma_D^2 = \sigma_{\overline{S}}^2 + \sigma_{\overline{N}}^2 + \sigma_{R_o}^2 + m_o^2 \sigma_{\sigma_R}^2 \qquad (14)$$

em que σ_D^2, $\sigma_{\overline{S}}^2$, $\sigma_{\overline{N}}^2$, $\sigma_{R_o}^2$, $\sigma_{\sigma_R}^2$ são as variâncias respectivamente de D, $\Delta\overline{S}$, $\Delta\overline{N}$, R_o e σ_R.

Desde que seja possível determinar os valores de todas as grandezas que intervêm nas duas expressões anteriores, a probabilidade de que a relação sinal-ruído necessária à transmissão seja ultrapassada durante a fracção do período de previsão, calcula-se imediatamente a partir da distribuição normal: é a probabilidade de que a diferença D seja positiva. Representando-a por P_S, tem-se então

$$P_S = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_D} \int_{o}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(D-\overline{D})^2}{2\sigma_D^2}\right] dD \qquad (15)$$

cujo valor se obterá numa tabela da lei de Galton passando para a variável reduzida $\frac{D-\overline{D}}{\sigma_D}$.

A probabilidade P_S é designada probabilidade de serviço no Rapport 322 do C.C.I.R.

* * *

Passamos a seguir ao cálculo dos termos do 2.º membro das expressões (13) e (14).

$\overline{S}$, $\overline{R}_o$ e m_o já anteriormente foram referidas, e $\sigma_{\overline{N}}$ é dado no Rapport 322 do C.C.I.R. [1] pelo que sòmente trataremos das restantes grandezas:

N — Em tudo o que atrás dissemos, ignorámos o ruído interno do receptor, porquanto supusemos idênticas a relação sinal-ruído nos terminais da antena receptora e a mesma relação imediatamente antes do detector.

O ruído introduzido pelo receptor pode ser tomado em consideração, tratando o conjunto antena — linha de transmissão — receptor, como uma cadeia de quadripolos alimentada por ruído térmico e com um factor de ruído equivalente

$$f_{eq} = \frac{T_a}{T_o} - 1 + f_q$$

em que T_o é a temperatura dos quadripolos, T_a a temperatura equivalente da antena, e f_q o factor de ruído da cadeia quando a temperatura da fonte é igual à temperatura dos quadripolos. Tudo se passa como se não existisse ruído interno, desde que se tome para potência captada de ruído

$$N = 10 \log_{10} (K\, T_o\, B\, f_{eq})$$

em que K é a constante de Boltzman e B a largura de banda do amplificador de frequência intermédia do receptor.

Na faixa das ondas decamétricas $\frac{T_a}{T_o} \gg f_q - 1$, o que permite desprezar o ruído interno.

No Rapport 322 do C.C.I.R. são dados os valores de $\frac{T_a}{T_o}$ sendo $T_o = 278°$ K.

$\bar{\sigma}_R$ e $\sigma_{\sigma R}$ — A média e a variância de σ_R são funções da média e da variância de σ_S e σ_N através da relação (6). Dada a sua natureza, nenhuma destas grandezas pode satisfazer a lei de distribuição normal, mas a dispersão dos valores experimentais é suficientemente pequena para permitir substituir a lei real pela lei normal no intervalo entre os decis. A concentração de valores torna ainda possível o desprezo dos termos de grau superior ao primeiro no desenvolvimento de σ_R em série de Taylor em torno do ponto $(\bar{\sigma}_S, \bar{\sigma}_N)$.

Deste modo obtêm-se de (6)

$$\sigma_R \simeq \sqrt{\bar{\sigma}_S^2 + \bar{\sigma}_N^2} + \frac{\bar{\sigma}_S}{\sqrt{\bar{\sigma}_S^2 + \bar{\sigma}_N^2}} (\sigma_S - \bar{\sigma}_S + \frac{\bar{\sigma}_N}{\sqrt{\bar{\sigma}_S^2 + \bar{\sigma}_N^2}} (\sigma_N - \bar{\sigma}_N)$$

de que resulta

$$\bar{\sigma}_R = \sqrt{\bar{\sigma}_S^2 + \bar{\sigma}_N^2} \qquad (16)$$

$$\bar{\sigma}_R^2\, \sigma_{\sigma_R}^2 = \bar{\sigma}_S^2\, \sigma_{\sigma_S}^2 + \bar{\sigma}_N^2\, \sigma_{\sigma_N}^2 \qquad (17)$$

em que $\sigma_{\sigma_S}^2$ e $\sigma_{\sigma_N}^2$ — variâncias de σ_S e σ_N — podem obter-se a partir das publicações do C.C.I.R.

$\bar{\sigma}_S$ e σ_{R_0} — Os valores destas grandezas terão que ser estimados podendo adoptar-se 1 dB para a primeira e 2 dB para a segunda.

3. PROBABILIDADE DE ÊXITO

A probabilidade de que uma comunicação via ionosfera se faça com êxito depende, por um lado da possibilidade de que seja atingida a relação sinal-ruído necessária durante a fracção do período de previsão imposta pela qualidade de serviço desejada (probabilidade de serviço definida em 2.), e por outro, da probabilidade de que à frequência de tráfego a ionosfera apresente características refiectoras. Designando por f_o a frequência de comunicação e por f a frequência máxima utilizável, a probabilidade de êxito será a probabilidade de que

$$D > 0 \quad e \quad f - f_o > 0$$

Segundo o National Bureau of Standards, as variações de dia para dia durante um mês, da frequência máxima utilizável da região F_2 seguem aproximadamente a lei normal com um desvio padrão $\sigma_f = 0{,}117\ \bar{f}$ sendo $\bar{f}$ a média mensal.

Visto que D e f são variáveis sem correlação a probabilidade de êxito tem o valor

$$P = P_S \times P_f \qquad (18)$$

em que P_S é dada por (15), e

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_f} \int_{f_o}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(f-\bar{f})^2}{2\sigma_f^2}\right] df$$

Se a refiexão se verificar na camada E, o que acontece por vezes em ondas decamétricas, será $P_f = 1$ para $f > f_{OE}$.

A relação (18) permite determinar, para cada par de valores frequência — hora da transmissão, a correspondente probabilidade de êxito. Traçando

às curvas de probabilidade constante num sistema tendo por coordenadas aquelas variáveis, obtém-se um diagrama como o da fig. 2, que torna simples a escolha correcta da frequência a utilizar.

Este método de apresentação das previsões da frequência a utilizar tem sobre o clássico (MUF, FOT, LUF) as seguintes vantagens:

— Os resultados são apresentados numa forma mais explícita e condensada. Num único diagrama encontram-se todos os elementos que interessam à escolha da frequência de tráfego em função da hora da emissão, expressos num parâmetro de interpretação imediata;

— é mais informativo porquanto no método clássico apenas se determinam limites fora dos quais se não deve comunicar;

— a previsão é de maior confiança porque se entra em consideração com as incertezas de todas as variáveis intervenientes e a respectiva distribuição estatística.

Tem contudo o inconveniente de os cálculos serem bastante mais extensos, justificando-se a sua adopção na hipótese de se dispor de meios de cálculo automático, para o que exige um programa mais simples do que a determinação da frequência útil mínima.

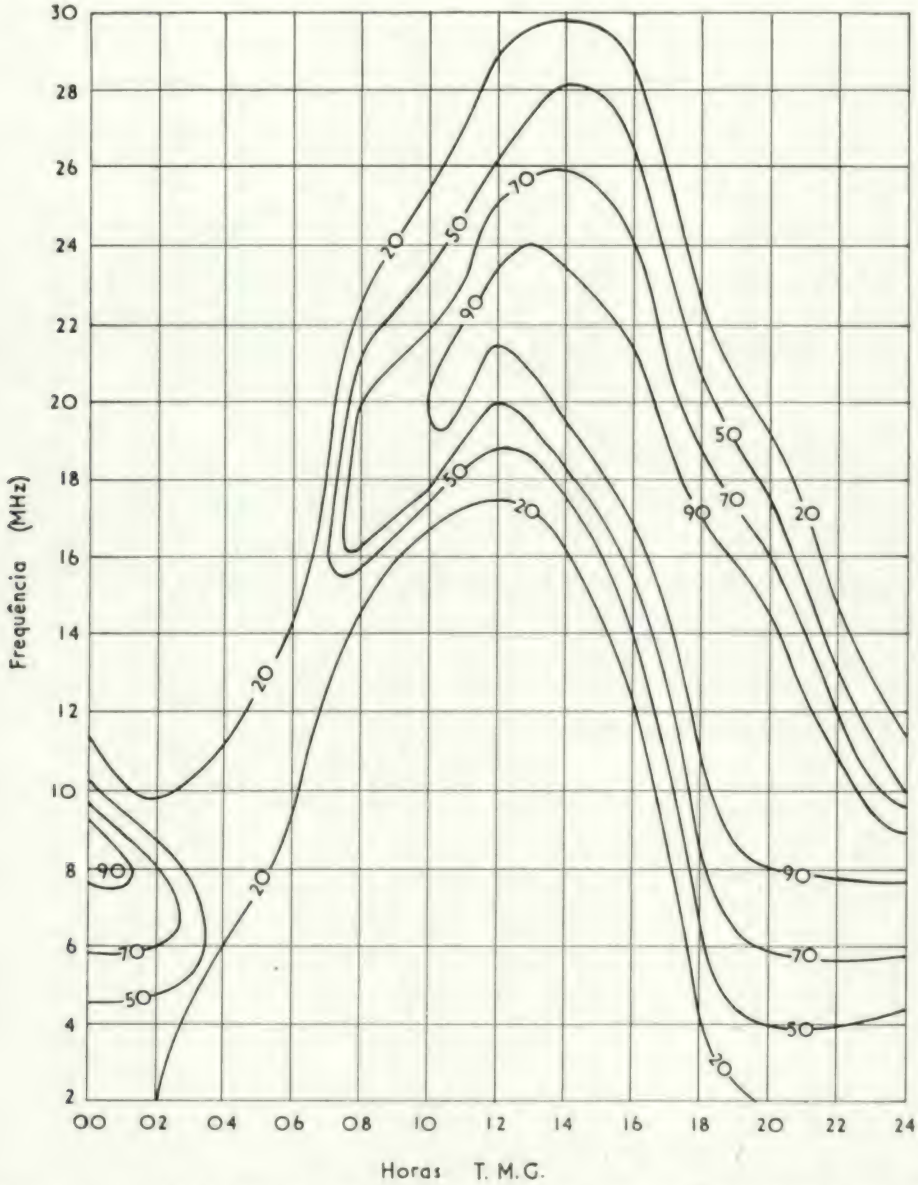


Fig. 2 — Probabilidade de êxito de uma comunicação Lisboa - Lourenço Marques em Março de 1965, utilizando um emissor de 100 kW e uma antena com um ganho de 20 dB. Adoptou-se para R_o o valor de 26 dB.

4. APLICAÇÃO

O diagrama da fig. 2 é o resultado da aplicação ao circuito radioeléctrico Lisboa-Lourenço Marques do método de previsão exposto em 2. e 3.

A observação do diagrama mostra-nos a variação da frequência óptima de tráfego acompanhando a variação da densidade de ionização da região reflectora, pondo ainda em evidência a impossibilidade de comunicação com êxito entre as 03 e 07, conclusão que pode não ser aparente num diagrama MUF — FOT — LUF.

Na fig. 3 ilustramos um outro modo de apresentação das previsões, útil para a radiodifusão à qual estão reservadas determinadas faixas de largura estreita, dentro das quais a variação da probabilidade de êxito é insignificante.

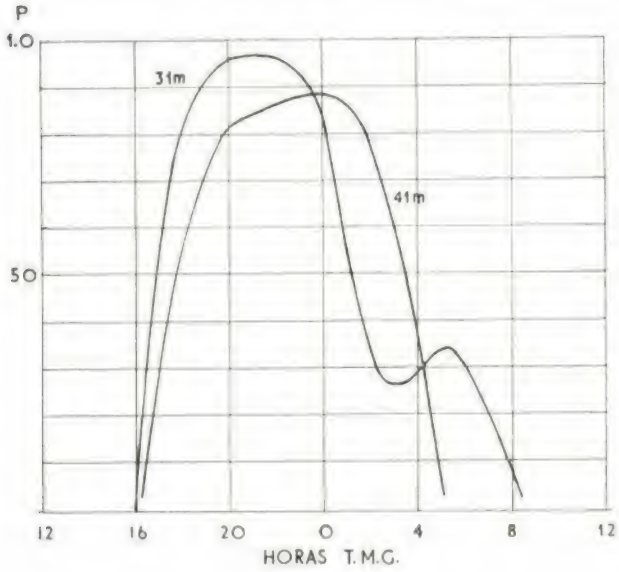


Fig. 3

APÊNDICE

Sejam

$$e(t) = \mathcal{E}_o [1 + \mu \cos \omega_s t] \cos \omega_o t \qquad (1)$$

e

$$n(t) = n_a(t) \cos \omega_o t + n_b(t) \operatorname{sen} \omega_o t$$

respectivamente as tensões do sinal e do ruído à saída do amplificador FI do receptor; ω_o é a frequência central deste amplificador, μ é o factor de modulação e $n_a(t)$ e $n_b(t)$ duas funções sem correlação de variação lenta e com o mesmo valor eficaz (N_{ef}). Das relações anteriores conclui-se que a envolvente da tensão de radiofrequência no detector é dada por

$$u(t) = \sqrt{[\mathcal{E}_o + \mu\, \mathcal{E}_o \cos \omega_S(t) + n_a(t)]^2 + n_b^2(t)} \qquad (2)$$

de que se obtém

$$\overline{u^2(t)} = \mathcal{E}_o^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \mathcal{E}_o^2 + 2\, N_{ef}^2 \qquad (3)$$

Desenvolvendo (2) em série e limitando o desenvolvimento aos termos de 2.º grau $\left(\frac{\mathcal{E}_o}{N_{ef}} > 10\right)$

$$\overline{u(t)} \simeq \mathcal{E}_o + \frac{1}{2} \frac{N_{ef}^2}{\mathcal{E}_o} \qquad (4)$$

por ser $\overline{n_a(t)} = \overline{n_b(t)} = 0$. De (3) e (4) conclui-se que a relação sinal-ruído em audiofrequência, considerando detecção de pico, tem o valor

$$\rho = \frac{\mu^2 \mathcal{E}_o^2}{2\, N_{ef}^2} \qquad (5)$$

Designando por r a relação entre as potências da portadora e do ruído antes da detecção de (1) e (5) obtém-se

$$r = \frac{\rho^2}{\mu^2}$$

BIBLIOGRAFIA

[1] C.C.I.R. — «Répartition Mondiale et Caractéristiques des Bruits Atmosphériques Radioéleetriques», Rapport 322.

[2] Greenberg — «Optimum HF Prediction», Transactions IRE, Maio, 1962.

[3] P. Laiten and G. Haydon — «Analysis and Prediction of Sky Wawe Field Intensities in the High — Frequency Band», R. P. U. Tech. Rept. N.º 9.

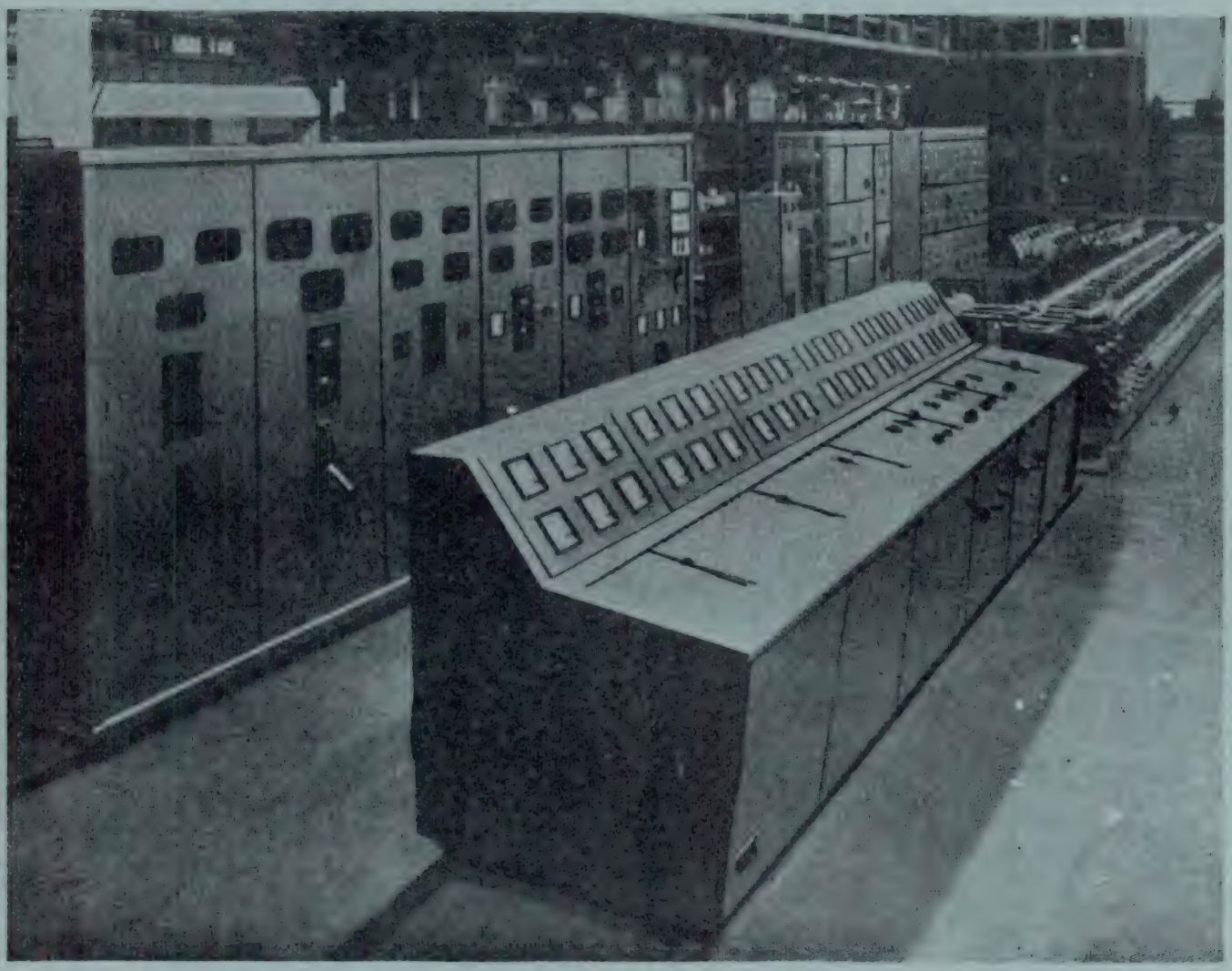
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

INDUSTRIAIS TEXTEIS

PARA OS VOSSOS MANCHONS, FLANELAS, TRANSPORTADORES, E TODOS OS TECIDOS TÉCNICOS

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

Consultem:

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52093-52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESTRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
R.S.Pedro de Alcântara, 1
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
Rua Serpa Pinto, 60
C.P.2178 - Tel.4226

MOÇAMBIQUE
L.Marques - C.P.982 - Tel.741121
Beira - C.P. 1002 - Tel. 71497

C. D. U. 624.131.551,5:624.159.11.002
534.131:624.159.11.002

DIMENSIONAMENTO DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS

I

MECÂNICA DOS SOLOS EM REGIME DINÂMICO
VIBRAÇÃO DE UM BLOCO ASSENTE SOBRE UM MEIO ELÁSTICO

(Elementos)

por ARTUR RAVARA
Estagiário para especialista
da Divisão de Mecânica Aplicada
do L. N. E. C.

RESUMO

Caracterizam-se as propriedades elásticas dos solos, o domínio de aplicação das leis de Hooke e definem-se, analítica e experimentalmente, para diversos tipos de solo, os parâmetros que caracterizam as forças de restituição dos solos, sujeitos a vibrações.

Apresentam-se em seguida aspectos da Teoria das Vibrações, particularizada para o problema do bloco rígido assente sobre um meio elástico e sujeito a vibrações, em regime livre ou forçado, de diversos tipos.

SYNOPSIS

Elastic properties of soils and the field of application of Hooke's laws are here characterized and the restitution forces of soils subject to vibrations are analytically and experimentaly defined for several types of soils.

Some aspects of the Theory of Vibrations particularized to the problem of a rigid block resting upon an elastic medium and subject ed to various kinds of transient or steady vibrations are then presented.

O presente artigo constitui o primeiro de uma série na qual serão abordados os principais problemas envolvidos no projecto de fundações de máquinas alternativas, de percussão e rotativas.

A resolução daqueles problemas exige conhecimentos em 4 domínios:

— Mecânica dos Solos, especialmente no que se refere a características elásticas dos solos e propagação de vibrações;

— Teoria das Vibrações;

— Elementos de Máquinas, no que se refere à determinação das solicitações devidas ao seu funcionamento e transmitidas às fundações;

— Teoria das Estruturas.

Da diversidade dos domínios indicados ressalta claramente a razão pela qual estes problemas não são normalmente encarados na sua verdadeira dimensão e se tenta torneá-los reduzindo-os a cálculos estáticos correntes, através de coeficientes dinâmicos de valor mais ou menos elevado, o que de forma nenhuma assegura um comportamento eficaz das fundações.

Daí resultam graves inconvenientes para o funcionamento das máquinas, com sensível redução na sua vida útil e acréscimo desnecessário no custo das fundações cujo sobredimensionamento arbitrário não impede muitas vezes a propagação de vibrações de amplitude exagerada com a consequente danificação em estruturas próximas ou até afastadas muitas dezenas de metros.

Ainda que a análise detalhada dos problemas apontados exceda largamente o âmbito da presente série de artigos, julga-se que esta poderá contribuir para o seu esclarecimento, ajudando a formar uma «sensibilidade técnica» em relação ao comportamento das estruturas actuadas por solicitações em regime dinâmico.

1. CARACTERÍSTICAS ELÁSTICAS DOS SOLOS

1.1 — Aplicação da lei de Hooke

A lei de Hook aplica-se a sólidos homogéneos e isótropos. Relaciona, num ponto qualquer do sólido, o estado de tensão com o estado de deformação. Assim, pode exprimir-se pelo seguinte conjunto de equações:

$$
\begin{aligned}
\sigma_x &= \lambda e + 2\mu\ \varepsilon_x \\
\sigma_y &= \lambda e + 2\mu\ \varepsilon_y \\
\sigma_z &= \lambda e + 2\mu\ \varepsilon_z \\
e &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \\
\tau_{xy} &= 2\mu\ \gamma_{xy} \\
\tau_{yz} &= 2\mu\ \gamma_{xz} \\
\tau_{yz} &= 2\mu\ \gamma_{xz}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

designando σ_x, σ_y, σ_z as componentes normais de tensão, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{zy} as componentes tangenciais de tensão, ε_x, ε_y, ε_z as componentes normais unitárias da deformação, γ_{xy}, γ_{xz}, γ_{yz} os deslocamentos angulares unitários, ou deslizamentos, e λ e μ as constantes de Lamé, relacionadas com os módulos de elasticidade longitudinal E, transversal, G e com o coeficiente de Poisson, υ, pelas equações:

$$
\lambda = \frac{\upsilon E}{(1+\upsilon)\ (1-2\upsilon)}
\qquad (2)
$$

$$
\mu = G = \frac{E}{2\,(1+\upsilon)}
$$

No caso de sólidos anisótropos, são necessárias mais que 2 constantes independentes para relacionar os estados de tensão e deformação.

A lei de Hooke é válida para o caso de não existirem tensões internas iniciais, ou de estas serem muito pequenas em relação às tensões aplicadas. Neste caso tanto o módulo de elasticidade longitudinal como o coeficiente de Poisson são constantes.

Nos solos correntes existem sempre tensões iniciais, devidas às forças de coesão, atrito interno e capilaridade. Em certos casos estas tensões iniciais são de valor muito elevado, e a lei de Hook é totalmente ineficaz para traduzir as relações entre o estado de tensão e de deformação. É este, nomeadamente o caso do interior da Terra, onde se verificam tensões consideráveis devidas à atracção de grandes massas.

Mesmo nos casos em que as tensões iniciais são pequenas, elas existem sempre.

Do mesmo modo, o módulo de Young não é uma constante, nos solos, mas depende do estado de tensão.

As figs. 1 e 2 explicitam respectivamente a existência de tensões iniciais e a variação do módulo de Young:

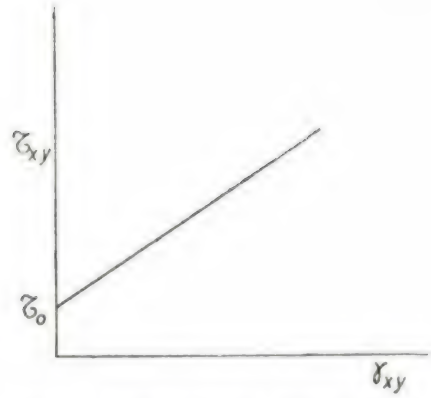


Fig. 1 — Relação entre a tensão tangencial e o deslizamento, em solos correntes

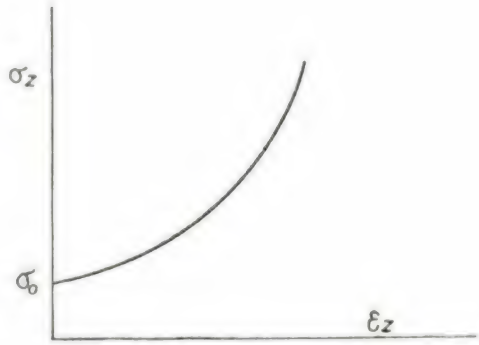


Fig. 2 — Relação entre a tensão normal e a extensão, em solos correntes

Deduz-se fàcilmente, a partir dos dois fenómenos indicados, que o valor do coeficiente de Poisson não é constante, mas varia também com a tensão normal.

Por outro lado, a deformação de um solo depende do tempo de aplicação do estado de tensão, aumentando com aquele.

Desde que se tomem em conta os factos apontados, é-se levado a uma teoria de elasticidade não linear, expressa por equações diferenciais não lineares, cujas soluções, mesmo nos problemas mais simples, são extremamente difíceis de obter. É esta a razão porque toda a análise dos solos é baseada nas leis de Hooke, ainda que isso constitua uma aproximação considerável.

1.2 — Valores do módulo de Young e coeficiente de Poisson

O coeficiente de Poisson é sempre menor nas areias que nas argilas. Ainda que os resultados

experimentais sejam bastante díspares, parece poder considerar-se como valor médio:

Areias: $\upsilon = 0{,}25$ a $0{,}35$
Argilas: $\upsilon = 0{,}45$ a $0{,}50$

O módulo de Young, em terrenos arenosos, não depende da humidade nem da porosidade, variando pouco com a granulometria da areia. Apresentam-se valores médios para várias granulometrias, no quadro 1:

QUADRO 1

Módulo de Young para terrenos arenosos de granulometrias diversas

Granulometria (mm)	E kg cm² (Módulo de Young)
1,25 — 1,50	450
1,00 — 1,25	520
0,60 — 0,80	620
0,35 — 0,60	480
0,30 — 0,35	480
0,20 — 0,30	620

Em terrenos coesivos o módulo de Young depende consideràvelmente das propriedades referidas. Assim:

Variação com o teor de humidade: pode ser expressa pela relação

$$E = E_0 \left(1 - \frac{W^2}{W_0^2}\right)$$

E_0 — módulo de Young em solos de humidade $w = 0$

w_0 — teor de humidade para o qual $E = 0$

Variação com o teor de areia: é pràticamente nula. O valor w_0, porém depende deste teor. Assim, para argilas com menos de 50 % de areia, w_0 varia na razão inversa da percentagem de areia. Por exemplo, se para uma argila pura, $w_0 = 29$ %, para argila com 20 % de areia, $w_0 = 20$ %; para argila com 30 a 40 % de areia, $w_0 = 20$ % e finalmente para argila com 50 a 60 % de areia, $w_0 = 14$ a 15 %.

Para argilas com mais de 60 % de areia, o módulo de Young não varia com w_0.

Variação com a porosidade: Podemos considerar uma relação linear muito sensível. Por exemplo, numa determinada argila a variação da porosidade de 0,32 para 0,93 conduziu a uma variação do módulo de Young de 1700 para 120 kg/cm². (1)

Apresenta-se no quadro 2 valores do módulo de Young obtidos para vários tipos de solos. Note-se que para a resolução de um problema particular é indispensável a respectiva determinação por via experimental.

QUADRO 2

Módulos de Young de alguns solos

Solo	E, kg/cm²
Argila plástica, com areia e silte	310
Argila castanha, saturada, com silte e areia	440
Argila densa com silte e alguma areia	2.950
Areia de humidade média	540
Areia cinzenta com gravilha	540
Areia fina, saturada	850
Areia corrente	830
Loess, areolas	1000 — 1300

1.3 — Coeficiente de compressão elástica uniforme, Cu

Submetido a uma carga aplicada através de uma placa rígida, o solo sofre um assentamento. Retirada a carga verifica-se que a restituição é parcial. O assentamento é pois constituído por uma parte elástica e por outra residual.

A relação entre a pressão e o assentamento total exprime-se através de gráficos com o aspecto da fig. 3. Nota-se um troço linear seguido dum

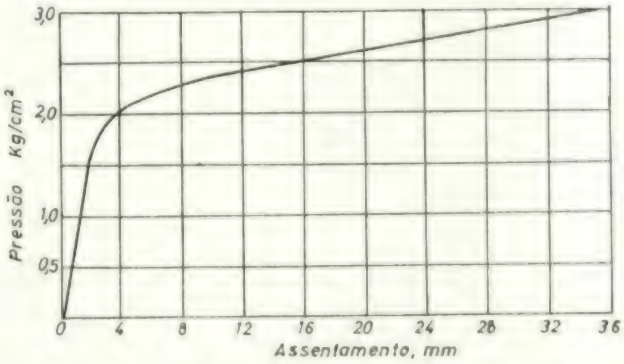


Fig. 3 — Ensaio de carga sobre areia, com uma placa rígida de 1,0 m². (1)

troço não linear em que o assentamento aumenta ràpidamente.

O limite do 1.º troço, linear, normalmente é tomado como critério para a capacidade de carga, estática, do terreno.

Verifica-se que este limite depende apenas das propriedades do solo, sendo independente da área da placa de carga.

Abaixo deste limite o solo pode considerar-se portanto como um sólido de deformação linear.

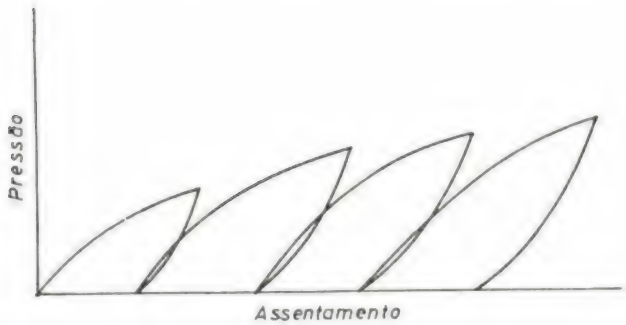


Fig. 4 — Ensaio de carga e descarga num solo.

O assentamento elástico, de grande importância no cálculo de vibrações nos solos, varia linearmente com a pressão máxima em cada ciclo, segundo a relação

$$p_z = C_u \, \Delta_e \qquad (3)$$

sendo p_z — pressão aplicada
Δ_e — assentamento elástico
C_u — *coeficiente de compressão elástica uniforme*

O coeficiente de compressão elástica uniforme depende não só das propriedades do solo, como da área da placa de carga.

Para uma placa rígida circular de área A, tem o valor:

$$C_u = 1{,}13 \, \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} \qquad (4)$$

sendo pois

$$p_z = 1{,}13 \, \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{\Delta_e}{\sqrt{A}} \qquad (5)$$

Na prática o valor Cu difere muito pouco do coeficiente de proporcionalidade entre a pressão e o assentamento total, devido às tensões de segurança sob os blocos de fundação terem sempre valores reduzidos.

A pressão varia com a distância ρ, ao centro da placa, segundo a relação

$$p_\rho = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{\Delta}{\pi\sqrt{R^2-\rho^2}} \qquad (6)$$

sendo R o raio da placa.

Se a placa de carga for absolutamente flexível a pressão é uniforme e o assentamento variável.

Designando por $\bar{\Delta}$ o assentamento médio, demonstra-se que para uma placa de secção rectangular de lados $2a$ e $2b$, o valor do coeficiente de compressão elásiica uniforme é dado por

$$C_u = \frac{C_s \, . \, C}{A} \qquad (7)$$

sendo

$$C = \frac{E}{1-\nu^2}$$

e C_s função da relação $\alpha = \frac{a}{b}$, conforme se indica no quadro seguinte:

QUADRO 3

Valores de C_s e C'_s

α	C_s	C'_s
1	1,06	1,08
1,5	1,07	1,09
1	1,09	1,10
2	1,13	1,15
3	1,22	1,24
10	1,41	1,42

Os valores C'_s referem-se a placas rígidas. Na prática diferem pouco de C_s.

Apresenta-se no quadro 4 valores indicados pelo Regulamento Russo de Cálculo e Construção de Fundações de Máquinas para o coeficiente C_u, para áreas de fundação de 10 m².

É de notar que a variação real de C_u com a área de fundação afasta-se um pouco da teórica, pelo que é perigoso extrapolar valores de C_u a partir de ensaios sobre placas de dimensões muito pequenas (como é o caso dos ensaios edométricos).

QUADRO 4

Valores do coeficiente de compressão elástica uniforme, Cu, para áreas de 10 m²

Categoria do solo	Descrição do solo	Capacidade de carga estática Kg/cm²	Coeficiente Cu Kg/cm³
I	*Solos fracos:* argilas, plásticas, com silte ou areia; areias com silte ou argila; solos das categorias II e III com silte orgânico.	Até 1,5	Até 3
II	*Solos médios:* argilas, argilas com silte e areia, perto do estado plástico; areia.	1,5 — 3,5	3 — 5
III	*Solos fortes:* argilas sem ou com silte ou areia, compactas; gravilha; areia com gravilha; loess; areolas.	3,3 — 5	5 — 10
IV	*Rochas*	> 5	> 10

1.4 — Coeficiente de compressão elástica não uniforme, C_φ

Seja uma placa rígida assente sobre o solo sujeita a um momento M que a faz rodar em torno do eixo principal. Em cada ponto da placa desenvolve-se uma reacção vertical, elementar, devida à resistência do solo, dada por:

$$dR = C_\varphi \, L \, \varphi \, dA \qquad (8)$$

sendo:

dA — elemento de superfície da placa
φ — ângulo de rotação
L — distância de dA ao eixo de rotação
C_φ — *coeficiente de compressão elástica não uniforme*
dR — reacção elementar

O momento de dR em relação ao eixo será dM

$$dM = C_\varphi \, L^2 \, \varphi \, dA$$

e o momento total M

$$M = C_\varphi \, \varphi \int_A L^2 \, dA = C_\varphi \, . \, \varphi \, . \, I$$

sendo I o momento de inércia da base da placa em relação ao eixo.

Para uma placa rectangular de lados *2a* e *2b*, demonstra-se ser

$$C_\varphi = \frac{K_\varphi \, C}{\sqrt{A}} \qquad (10)$$

sendo

$$C = \frac{1}{1 - \upsilon^2}$$

e K_φ função da relação $\alpha = \frac{a}{b}$ conforme se indica no quadro 5. No mesmo quadro apresenta-se a relação

$$\frac{C_\varphi}{Cu}(\alpha) = \frac{K_\varphi}{C_s} \qquad (11)$$

QUADRO 5

Valores de K_φ e $\frac{C_\varphi}{C_u}$

α	K_φ	$\frac{C_\varphi}{Cu}$
1,0	1,984	1,87
1,5	2,254	2,11
2,0	2,510	2,31
3	2,955	2,63
5	3,700	3,04
10	4,981	3,53

Verifica-se que C_u é sempre inferior a C_φ podendo tomar-se em média a relação $\frac{C_\varphi}{C_u} = 2$

QUADRO 6

Valores dos coeficiente C_u e C_φ para diferentes tipos de solo e áreas de fundações

Tipo de solo	Área da placa de carga (m)²	Cu kg cm³	C_φ kg/cm³	$\frac{C_\varphi}{Cu}$
Argila castanha, saturada, com silte e alguma areia	2,0	4,40	12,0	2,73
	4,0	2,50	4,0	1,60
	8,0	2,05	3,0	1,46
Argila cinzenta, saturada, branda, com silte e alguma areia	0,5	3,5	3,55	1,02
	1,0	2,52	3,61	1,44
	1,5	2,11	3,79	1,80
Loess com humidade média	0,81	14,2	25,0	1,76
	1,4	10,8	17,6	1,63
	2,0	10,2	15,5	1,51
	4,0	8,0	12,9	1,61
Areia cinzenta saturada, densa e fina	4,0	7,5	14,5	1,92
	8,0	5,6	9,5	1,71
	15,0	4,0	9,2	2,30

Apresenta-se no quadro 6 valores experimentais dos coeficientes referidos, para diferentes tipos de solo ([1])

1.5 — Coeficiente de corte elástico uniforme, C_τ

Seja uma placa rígida assente sobre o solo, submetida à acção de uma força horizontal. A tensão média de corte aplicada, $\bar{\tau}$ e o respectivo deslocamento *elástico* transversal $\Delta'e$ estão relacionados por

$$\bar{\tau} = C_\tau \, \Delta'e \qquad (12)$$

sendo:

C_τ = *coeficiente de corte elástico uniforme*

Para uma placa rectangular de lados $2a$ e $2b$, demonstra-se ser

$$C_\tau = \frac{K_\tau \, C}{\sqrt{A}} \qquad (13)$$

sendo $K\tau$ função da relação $\alpha = \frac{a}{b}$ e do coeficiente de Poisson, ν, conforme indica o quadro 7.

Demonstra-se ser

$$\frac{C_u}{C_\tau} = \frac{C_s}{K_\tau} \qquad (14)$$

Como o coeficiente de Poisson ν é maior em solos coesivos que em areias, o valor do coeficiente C_τ é maior em solos arenosos que em argilas.

Verifica-se que C_τ aumenta proporcionalmente à pressão normal sobre o solo, e aumenta com a duração da carga aplicada.

Verifica-se ainda que para áreas superiores a cerca de 12 m², C_τ mantém-se constante com a área.

Dados que os valores teóricos deduzidos para a relação C_u / C_s não entram em linha de conta com a influência da pressão normal sobre o valor de C_u, aconselha-se tomar para esta relação os valores experimentais obtidos para casos correntes, de valor médio.

$$\frac{C_u}{C_s} = 2 \qquad (14)$$

QUADRO 7

Valores de Kz em função de α e υ

υ \ α	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0	10,0
0,1	1,040	1,000	1,010	1,020	1,050	1,150	1,250
0,2	0,990	0.938	0,942	0,945	0,975	1,050	1,160
0,3	0,926	0,868	0,864	0,870	0,906	0,950	1,040
0,4	0,844	0,792	0,770	0,784	0,806	0,850	0,940
0,5	0,770	0,704	0,692	0,586	0,700	0,732	0,940

1.6 — Coeficiente de corte elástico não uniforme, C_ψ.

Se uma fundação rígida assente sobre o solo for actuada por um momento M_z em relação a um eixo vertical, rodará em torno deste eixo de um ângulo ψ dado por:

$$M_z = C_\psi J_z \psi \qquad (15)$$

J_z — momento polar de inércia da base da fundação

C_ψ — *coeficiente de corte elástico não uniforme*

Verifica-se que o valor de C_ψ é ligeiramente superior ao de C_τ, apresentando-se no quadro 8 valores dos 2 coeficientes.

QUADRO 8

Valores de C_ψ e C_τ

Tipo de solo	A, m²	C_τ, kg/cm³	C_ψ, kg/cm³	C_ψ/C_τ
Argila cinzenta saturada, com silte e alguma areia	1,5	1,27	2,72	2,14
	1,0	1,64	2,55	1,42
	0,5	1,88	2,08	1,01
Areia cinzenta fina saturada	1,0	2,54	3,90	1,54
	4,0	2,20	2,85	1,30
	15,0	1,90	2,08	1,16

Aconselha-se a tomar em média

$$\frac{C_\psi}{C_\tau} = 1{,}5 \qquad (16)$$

1.7 — Resistência elástica de fundações sobre estacas

1.7.1 — Acção de cargas verticais axiais

O emprego de estacas em fundações sujeitas a choques e vibrações pode ser necessário em quatro casos:

— A tensão total sobre o solo, estática e dinâmica, excede a capacidade de carga do solo;

— é necessário aumentar a frequência própria das vibrações da fundação;

— é necessário diminuir a amplitude de vibrações livres ou forçadas;

— é necessário diminuir o assentamento residual, dinâmico, da fundação.

O segundo e terceiro casos referem-se principalmente a fundações da máquinas com solicitações dinâmicas; os restantes são correntes no estudo de fundações de estruturas sujeitas à influência dinâmica de ondas provenientes de outras máquinas, propagadas através do solo.

No primeiro caso, aplicam-se os métodos clássicos de determinação da capacidade de carga das estacas. No segundo e terceiro, surgem algumas particularidades, que se referem em seguida:

Assim, se uma estaca é submetida a uma série de cargas e descargas, verifica-se que o assentamento *elástico* δ é proporcional à amplitude da carga P, sendo

$$P = C_\delta \delta \qquad (17)$$

C_δ — *coeficiente de resistência elástica da estaca*

É fácil determinar por via experimental o valor de C_δ. Assim, a frequência das vibrações do solo produzidas pela cravação da estaca são

iguais à frequência própria da estaca, sendo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C\delta}} \qquad (18)$$

T — período das vibrações
m — massa da estaca

Verifica-se que durante a cravação, a profundidade da estaca não tem efeito sensível no valor de *T*, ou seja, a resistência elástica exerce-se principalmente através da base da estaca.

Com o tempo, aumenta a coesão entre o solo e a superfície lateral da estaca, aumentando consideràvelmente a capacidade de resistência elástica.

O coeficiente de resistência elástica de um grupo de *n* estacas será

$$K_z = n\,C_k \qquad (18)$$

sendo

$$C_k = \mu\,C_\delta$$

μ — coeficiente < 1, variável com a distância entre estacas.

Sendo *d* o diâmetro das estacas e *t* a distância entre elas, é corrente ser:

$$\frac{t}{d} = 6\,;\ \mu = 0{,}65$$

Apresenta-se no quadro 9 valores de C_k, obtidos experimentalmente por Barkan (1).

1.7.2 — Acção de cargas verticais excêntricas

Seja uma fundação, assente sobre um conjunto de *n* estacas, actuada por um momento *M*, rodando consequentemente de um ângulo φ em torno dum eixo principal horizontal da base. Sendo *Li* a distância da estaca *i* a esse eixo, será:

$$M = C_\varphi \cdot \varphi \cdot \sum_{i=1}^{n} L_i^2$$

$$\text{ou:} \quad M = k_\varphi \,.\, \varphi \qquad (19)$$

$$k_\varphi = C_\varphi \sum_{i=1}^{n} L_i^2$$

k_φ — coeficiente de compressão elástica não uniforme do grupo de estacas.

Verifica-se que o valor de C_φ é muito semelhante ao de $C\delta$.

1.7.3 — Acção de cargas horizontais

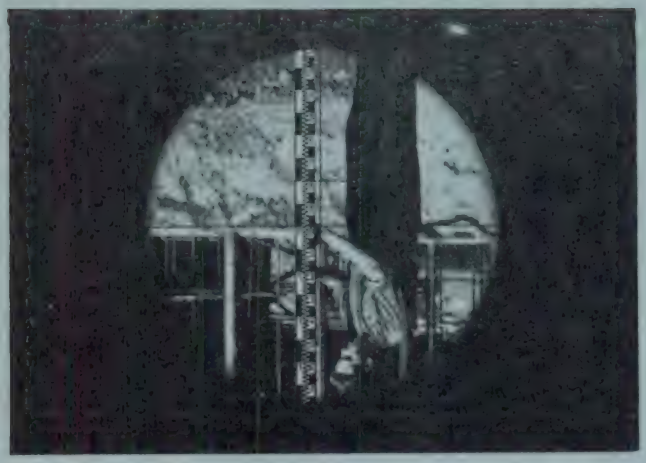
Actuadas pos forças horizontais aplicadas no topo, as estacas comportam-se como colunas en-

QUADRO 9

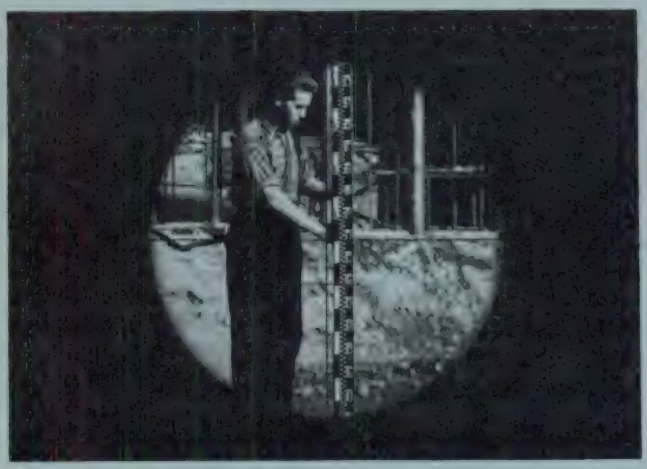
Valores de C_k

Tipo de máquina	Tipo de solo	Área da fundação m²	N.º de Estacas	Dist. *l* m	Comp das estacas m	Perímetro m	C_k Kg/cm
Vibrador	Argilas brandas cinzentas com silte e pouca areia	1,5	5	0,55	3,0	0,6	$0{,}1\times10^5$
Serra mecânica de madeira	Argila branca, plástica, com areia média	17,4	40	0,50	6,5	0,8	$1{,}3\times10^4$
»	Areia saturadas com silte oruânico e argila plástica azul	24,8	30	0,70	6,0	0,8	$3{,}4\times10^5$
»	Areia fina, castanha, saturada, com silte	24,8	20	0,80	6,0	0,8	$7{,}7\times10^4$
«	»	12,0	35	0,40	3,0	0,8	$5{,}3\times10^4$
»	»	18,0	35	0,50	3,0	0,8	$37{,}8\times10^4$
Vibrador	Loess	4,0	9	0,75	6,0	0,8	$1{,}1\times10^4$

ANTIGAMENTE :



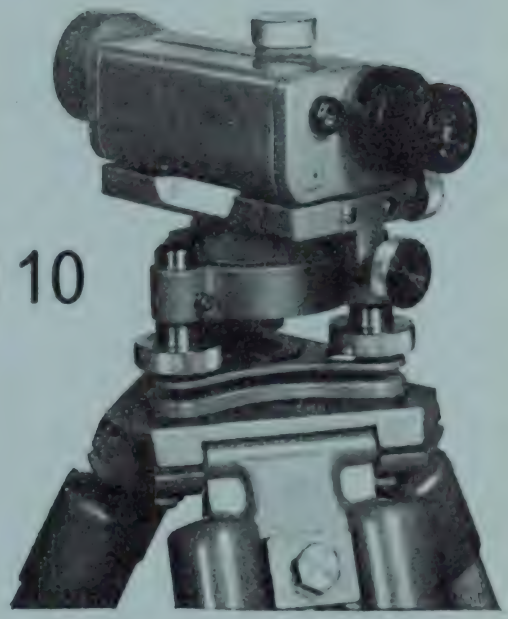
HOJE :



Com
imagem
direita
na luneta

WILD
HEERBRUGG

N 10



Trabalho cómodo e simples sem erros e sem dúvidas, sinais correctos, não invertidos, claros e rápidos.

O pequeno nível WILD N 10 com a designação «E» tem imagem direita do campo de observação na luneta. A mesma tem luminosidade igual ao modelo convencional e o mesmo tamanho.

Representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA-2 — TELEFONE 68 11 27

OS DOIS ESTÃO DE ACORDO

É O MEU BERLIET!

É O MEU BERLIET!

-diz, na verdade, o motorista. Na cabine RELAX sinto-me em minha casa. Para mim é o sólido companheiro de trabalho em quem se pode confiar inteiramente.

É O MEU BERLIET!

-diz a experiência do industrial. Rápido e robusto, dura uma eternidade e o seu motor MAGIC economiza-me duas horas de marcha por dia.

exito 81-4

berliet-tramagal

PARA TODAS AS CARGAS, PARA TODAS AS ESTRADAS

METALURGICA DUARTE FERREIRA, S.A.R.L.

divisão berliet RUA TOMÁS RIBEIRO, 50-A - LISBOA • RUA PASSOS MANUEL, 36 - PORTO

castradas a uma profundidade média de 1 a 1,50 m. Verifica-se pois que não oferece vantagem elevar muito a altura da estaca.

Assim, o factor preponderante na resistência da estaca a forças horizontais é a sua rigidez de flexão.

Não é portanto aconselhável empregar estacas para aumentar a frequência própria de fundações, para vibrações horizontais.

2 — ASSENTAMENTOS RESIDUAIS DEVIDOS A VIBRAÇÕES

2.1 — Introdução

Verifica-se que fundações sujeitas a choques e vibrações são em certos casos susceptíveis de sofrer assentamentos consideráveis, uniformes ou não, que podem comprometer sèriamente a segurança das estruturas.

Especialmente no caso de solos não coesivos, geralmente com grande capacidade de carga para solicitações estáticas, a acção de solicitações em regime dinâmico leva a uma alteração considerável nas propriedades do solo, nomeadamente nas forças de atrito, de coesão, nas propriedades hidrodinâmicas, nos módulos de elasticidade e plasticidade. Esta alteração pode ser tal que o solo adquira características semelhantes às de um líquido viscoso.

Seguem-se algumas indicações, de carácter essencialmente qualitativo, sobre a influência das vibrações nas propriedades enunciadas.

2.2 — Influência das vibrações nas características de amortecimento dos solos.

2.2.1 — Atrito interno e coesão durante as vibrações

Verifica-se que o coeficiente de atrito interno varia com a energia cinética das vibrações, podendo ser reduzido para 60 a 70 % do seu valor inicial. Este parâmetro é de grande importância na resistência ao corte. Aquela redução é menor em solos húmidos que em solos secos. Em areias, é mínima para um teor de humidade de 12 a 13 %.

O coeficiente de atrito interno diminui qando aumenta a amplitude ou a frequência das vibrações. Enquanto que a variação com a amplitude é regular, existe para cada solo uma banda de frequências para a qual não há efeito sensível sobre o atrito interno; com o aumento da frequência para além do valor limite daquela banda, o atrito diminui bruscamente.

2.2.2 — Amortecimento viscoso

Considera-se que o solo se comporta como um sólido elasto-plástico. A análise dos respectivos ciclos de histerese sob a acção de cargas estáticas e dinâmicas fornece indicações sobre o amortecimento.

Sendo ΔW a área de um ciclo de histerese, proporcional à energia absorvida, e W o trabalho total realizado até à máxima deformação, define-se

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}$$

ψ — coeficiente de absorção de energia

Em sistemas com um grau de liberdade, em vibrações livres, é

$$\psi = 1 - e^{-2nT}$$

n — amortecimento viscoso relativo

T — período das vibrações.

Verifica-se que o coeficiente ψ de um dado solo é relativamente estável. Assim, varia pouco com o teor de humidade. É menor para compressões que para esforços de corte. Nas areias, varia consideràvelmente com a granulometria, conforme se indica no quadro 10.

QUADRO 10

Variação de ψ com a granulometria, em areias

Granulometria m m	ψ
0,10 — 0,25	0,64
0,25 — 0,50	0,68
1,00 — 2,09	0,79

2.3 — Influência das vibrações na porosidade e propriedades hidráulicas dos solos

A influência das vibrações sobre estas propriedades é de grande importância tanto sob o ponto de vista de cálculo e desenho de fundações como sob o do emprego de vibrações para melhorar as características dos solos.

Em solos não coesivos, verifica-se que o grau de compactação produzido por vibrações depende só da aceleração destas.

Em todos os solos a relação entre o grau de compactação (traduzido pelo índice de vasios) e a aceleração das vibrações é do tipo indicado na fig, 5.

Fig. 5 — Relação entre o grau de compactação e a aceleração das vibrações

Verifica-se que o teor de humidade tem grande influência no andamento da curva da fig. 5. Em areias, o teor de humidade que permite a compactação máxima é da ordem dos 17 %.

A compactação de um solo sob a acção de vibrações produzidas por uma máquina pode levar assim a assentamentos residuais consideráveis.

Verifica-se que a permeabilidade de um solo aumenta consideràvelmente por acção de vibrações, o que se aproveita na prática para fazer a estabilização química dos solos (ex. por injecção de silicatos).

2.4 — Elementos da teoria de assentamentos residuais de fundações sob a acção de solicitações dinâmicas

Ainda que isso involva em certos casos erros consideráveis, o modêlo correntemente empregado no estudo de assentamentos residuais é o do oscilador elasto-plástico com amortecimento

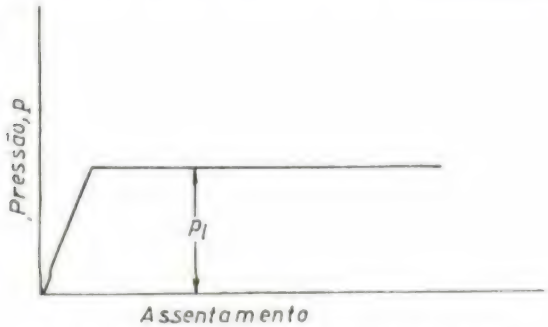


Fig. 6 — Característica de restituição dos solos

viscoso, com a característica de restituição bi-linear do tipo que se indica na fig. 6.

Designando por *pst* e *pd* a tensão estática e dinâmica sobre o solo para que não se produzam assentamentos residuais deverá verificar-se a relação

$$pst + pd < pl \qquad (21)$$

sendo pl a pressão admissível

Designando por Rst e Rd respectivamente a tensão estática e dinâmica limites do assentamento residual, verifica-se que a relação entre *pst* e *pd* é do tipo da curva da fig. 7.

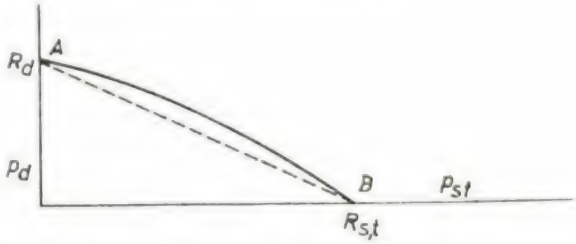


Fig. 7 — Redução da pressão admissível, em presença de vibrações

Substituindo a curva pela recta a tracejado, a condição (21) expressa-se por:

$$p_{st} < q\ Rst$$

sendo (22)

$$q < 1 - \frac{pd}{Rd}$$

sendo q o coeficiente de redução da tensão admissível do solo devido à presença de vibrações.

Portanto, enquanto a pressão sobre o solo for menor que o valor limite *pl*, a fundação terá apenas assentamento elástico.

No caso de oscilações verticais, sendo

$$p_d = C_u\ A_z$$

a pressão dinâmica correspondente à amplitude de oscilação Az, obtém-se, a partir da inequação (21) a condição para que não haja assentamento residual:

$$Az < \frac{pl - pst}{C_u} \qquad (23)$$

Na maioria dos casos, desde que as fundações estejam bem dimensionadas, as amplitudes são muito inferiores a este limite, pelo que não ocorrem assentamentos residuais importantes.

A determinação deste tipo de assentamentos assume grande interesse prático no caso de fundações sujeitas a oscilação livre provocada por choques verticais ou pela propagação de ondas através do solo. A amplitude destas oscilações pode atingir valores consideráveis, dando origem a pressões dinâmicas de valor elevado.

A fig. 8 representa o diagrama da elongação vertical (assentamento-tempo) de uma fundação sujeita a um choque

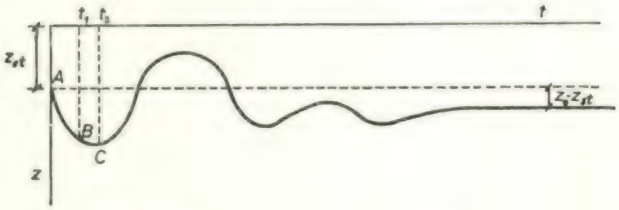


Fig. 8 - Elongação de oscilador elasto-plástico com amortecimento viscoso, sujeito a um choque
Zst — assentamento estático AB — assentamento elàstico

$$BC = Z_0 - Z_{st} \text{ — assentamento residual}$$

A equação que rege o movimento do sistema na fase elástica será:

$$\ddot{Z}_1 + 2\,C\,\dot{Z}_1 + \omega_z^2\,Z_1 = g \qquad (24)$$

sendo:

Z_1 — assentamento elástico
C — amortecimento
ω_z — frequência própria
g — aceleração da gravidade

Quando a pressão atingir valores superiores ao limite elástico a força de restituição passa a ser constante e o movimento do sistema em fase plástica é dado pela equação:

$$\ddot{Z}_2 + 2\,C\,\dot{Z}_2 = g\left(1 - \frac{p_l}{p_{st}}\right) \qquad (25)$$

Z_2 — assentamento residual

O tratamento analítico deste movimento é simples e permite, dadas as características dinâmicas do sistema e as condições iniciais, determinar completamente as funções Z (t), $\dot{Z}$ (t) e $\ddot{Z}$ (t).

A velocidade inicial da fundação para a qual começa a ocorrer assentamento residual é dada por

$$v_0 = j\,\frac{p_l - p_{st}}{\sqrt{p_{st}}}\sqrt{\frac{g}{C_u}} \qquad (26)$$

sendo:

$$j = j\,(\rho)\;;\;\rho = C/\omega_0$$

e estando j e ρ relacionados como se indica no quadro 11.

QUADRO 11

Valores j (ρ)

ρ	j
0	1,00
0,3	1,47
0,6	1,84

Para valores de velocidade inicial superiores a v_0, o assentamento residual é aproximadamente proporcional àquela velocidade.

Torna-se possível portanto dimensionar uma fundação de modo a evitar assentamentos dinâmicos residuais importantes.

O assunto será desenvolvido noutro artigo desta série.

2.5 — Métodos para limitar o assentamento residual dinâmico de uma fundação

Como se viu, a tensão admissível num solo, desde que se verifiquem vibrações, deve ser reduzida. Esta redução varia com as amplitudes de vibração. Assim, nos casos mais desfavoráveis, que são os correspondentes a fundações de máquinas de percussões, tipo martelos, o valor do coeficiente de redução deve ser

$$q = 0{,}4 \text{ a } 0{,}5$$

Nestes casos a amplitude atinge correntemente valores de 1 a 1,5 mm. Para máquinas alternativas, de frequência baixa e amplitudes que não excedam 0,2 a 0,3 mm, já o valor de q pode ser

$$q = 1{,}0$$

Em máquinas rotativas de alta velocidade (turbinas) as amplitudes são da ordem da dezena de microns. No entanto, como estas máquinas são muito sensíveis a vibrações deve tomar-se um valor de

$$q = 0{,}8$$

No caso de vibrações propagadas através do solo, a fim de evitar assentamentos residuais não

uniformes de valor considerável, em fundações de outras máquinas ou edifícios, as tensões de segurança devem variar na razão inversa da distância da respectiva fundação ao foco de propagação das ondas.

É aconselhável no caso de terrenos arenosos sujeitos a grandes assentamentos, proceder à sua estabilização. Em regra é suficiente fazê-la até à profundidade de 3 ou 4 m.

Outro processo de reduzir assentamentos dinâmicos é o emprego de estacas curtas. Recomenda-se o emprego de estacas de madeira, pela sua economia e eficácia.

3. ELEMENTOS DE TEORIA DAS VIBRAÇÕES

3.1. Generalidades

A fundação da maior parte das máquinas de média e grande potência é constituida por um bloco muito rígido assente ou embebido no solo. O funcionamento da máquina comunica ao bloco de fundação solicitações, periódicas ou não, que originam diversos tipos de movimentos oscilatórios. Assim, o bloco da fig. 9 admite 6 tipos de movimento, correspondentes aos respectivos 6 graus de liberdade: 3 translações e 3 rotações.

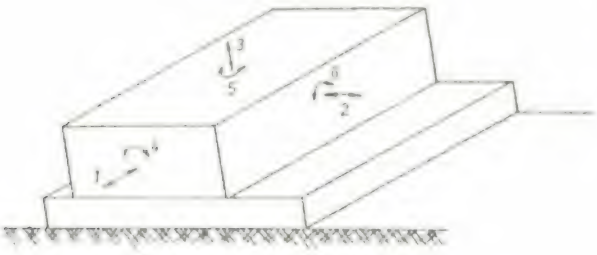


Fig. 9 — Modos de vibração de um bloco rígido

O sistema corresponde portanto a um oscilador de 6 graus de liberdade, assente sobre um meio parcialmente elástico, o solo, que influencia a dinâmica do bloco devido às suas características de massa, elasticidade e propriedades de dissipação de energia, ou amortecimento.

De facto, verifica-se que uma parte do solo adjacente ao bloco vibra em fase com ele, aumentando a massa total em movimento.

A análise dinâmica do sistema de 6 graus de liberdade assente sobre um meio parcialmente elástico semi-indefinido não está ainda formulada. Reissner (2) apresentou em 1936 a resolução do problema para oscilações verticais de um bloco de base circular assente sobre um meio semi-indefinido, perfeitamente elástico. Os seus trabalhos foram continuados e desenvolvidos por investigadores de vários Países, entre os quais Arnold, Bycroft, Warburton, Shekhter, (4), (8) conduzindo ao estudo da propagação de ondas de diversos tipos no interior do meio elástico.

Verifica-se porém que salvo em casos de proximidade de ressonância, é lícito assemelhar o solo a uma mola sem massa, com característica de restituição linear, visto que as soluções assim obtidas não se afastam muito das reais. A análise dinâmica dos blocos de fundação torna-se portanto muito simples, desde que se admitam as seguintes hipóteses:

— Considera-se uma relação linear entre assentamentos elástícos e as respectivas forças de restituição. Esta relação é expressa pelos coeficientes de compressão e corte elásticos, uniformes e não uniformes, definidos em 1.3, 1.4, 1.5 e 1.6;

— despreza-se a inércia do terreno;

— considera-se que a fundação, no caso de ser constituída por um bloco maciço, tem uma rigidez muito elevada em relação ao solo;

— desprezam-se as reacções do solo sobre a superfície lateral da fundação, quando esta é enterrada. Estas reacções têm contudo influência sensível sobre a frequência própria e o amortecimento, em regime livre. Devido a isso, no estudo de fundações de máquinas de percussão considera-se um acréscimo no coeficiente de restituição do solo, na base da fundação.

3.2 — Vibrações verticais

3.2.1 — Vibração livre sem amortecimento

Dentro das hipóteses referidas, o movimento de um bloco sujeito a vibração livre, assente sobre o solo, é dado por:

$$Z'' + f_z^2 \, Z = 0 \qquad (27)$$

sendo:

Z — elongação vertical

f_z — frequência própria tal que

$$f_z^2 = \frac{C_u \, . \, A}{m} \qquad (28)$$

C_u — coeficiente de compressão elástica uniforme do solo

A — área da fundação
m — massa do bloco e da máquina

A solução de (27) é, como se sabe

$$Z = A \text{ sen } f_z t + B \cos f_z t$$

sendo A e B constantes dependentes das condições iniciais. No caso particular de um choque será :

$$t = 0 ; \; Z_0 = 0 ; \; Z'_0 = v_0 ;$$

$$Z = \frac{v_0}{f_z} \text{ sen } f_z t \qquad (29)$$

v_0 — velocidade inicial

3.2.2 — Vibração forçada sem amortecimento

O movimento é regido pela equação

$$\ddot{Z} + f_z^2 Z = \frac{P(t)}{m}$$

sendo P (t) — a solicitação imposta

No caso de ser

$$P(t) = P \text{ sen } \omega t$$

a solução *forçada* é dada por

$$z = A_z \text{ sen } \omega t = \frac{P}{m\,(f_z^2 - \omega^2)} \text{ sen } \omega t$$

$$A = \frac{P}{m\, f_z^2} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2/f_z^2} = A_{st} \cdot \frac{1}{1 - \omega^2/f_z^2} \qquad (30)$$

A_z — amplitude de oscilação forçada
A_{st} — assentamento para uma carga estática de valor F.

Na prática, sempre que empregam dispositivos para isolamento vibratório de fundações, dá-se-lhes a menor frequência própria possível, o que reduz a amplitude A_z.

Em máquinas alternativas, com velocidade baixa, convém que a frequência própria das fundações seja muito elevada. Note-se que para conseguir isto, os *blocos de fundação devem ter uma base grande e altura mínima*, o que contraria a convicção corrente de que «a melhor fundação é a mais pesada».

3.2.3 — Vibração com amortecimento viscoso

Traduzido o amortecimento do solo pelo coeficiente de atrito C, a equação de um bloco de fundação assente sobre o solo será dada por

$$\ddot{z} + 2\,C\,\dot{z} + f_z^2\, z = 0 \qquad (31)$$

cuja solução é, com se sabe

$$z = e^{-Ct}\left(A \text{ sen} \sqrt{f_z^2 - C^2}\, t + B \cos \sqrt{f_z^2 - C^2}\, t\right) \qquad (32)$$

sendo A e B constantes dependentes das condições iniciais.

No caso corrente de ser

$$C \ll f_z$$

a equação (32) pode escrever-se, sem erro apreciável sob a forma

$$z = e^{-ct}\,(A \text{ sen } f_z t + B \cos f_z t)$$

3.2.4 — Vibração forçada com amortecimento viscoso

No caso de solicitação sinusoidal do tipo

$$P(t) = P \text{ sen } \omega t$$

será

$$\ddot{z} + 2\,C\,\dot{z} + f_z^2\, z = P \text{ sen } \omega t \qquad (33)$$

cuja solução forçada é

$$z = A_z \text{ sen } (\omega t - \psi) \begin{cases} A_z = \dfrac{P}{m\sqrt{(f_z^2 - \omega^2) + 4\,C^2\,\omega^2}} \\ \text{tg } \psi = 2\,C\,\omega / (f_z' - \omega^2) \end{cases} \qquad (34)$$

Como se sabe, o amortecimento tem grande influência no valor da amplitude em zonas próximas da ressonância.

3.2.5 — Influência da inércia do solo em vibrações forçadas verticais

Verifica-se que a influência da inércia do solo se traduz por um efeito equivalente a um aumento de massa da fundação e uma dissipação de energia dependente não só das características do solo (e especialmente do coeficiente de Poisson, υ), como também da massa e dimensões da fundação (1).

Para um solo caracterizado por um coeficiente de Poisson υ, definindo o coeficiente

$$b = \frac{\pi^{3/2}}{\gamma} \cdot \frac{p_{st}}{\sqrt{A}} \qquad (35)$$

γ — peso específico do solo
p_{st} — pressão estática
A — área da fundação

determinam-se a partir dos gráficos da fig. 10 os coeficientes de amortecimento ξ e de aumento de massa β.

alterações nos valores da amplitude e frequência própria de vibrações, para blocos assentes no solo. No caso de blocos embebidos, já o efeito da inércia do solo pode ser considerável.

Desde que a frequência forçada se aproxime da frequência própria do sistema bloco-máquina ou seja, na proximidade da ressonância, é indispensável considerar a inércia do solo no cálculo da amplitude de oscilação.

É de notar que embora se possa quase sempre dimensionar as fundações de forma a afastar a sua frequência própria da velocidade de

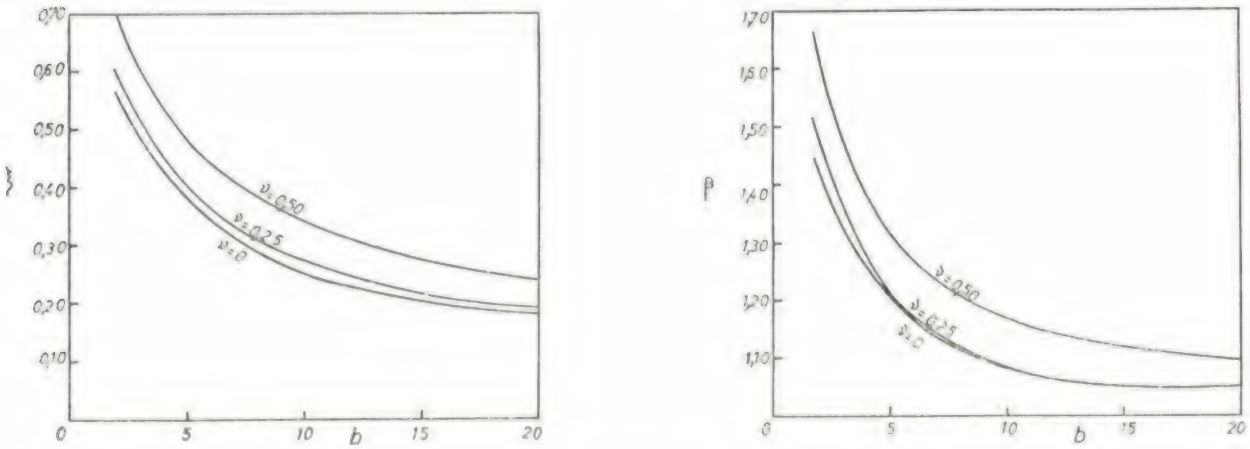


Fig. 10 — Valores de ξ e β em função de υ e b

A partir destes valores, a amplitude A_z das vibrações do bloco, sujeito a uma solicitação sinusoidal $P \operatorname{sen} \omega t$ é dada por

$$A_z = \frac{P}{G \cdot r_o} \cdot \frac{1}{\sqrt{[3{,}84/(1-\upsilon) - x^2 b \beta]^2 + 15{,}35\, x^2 b \beta \xi^2/(1-\upsilon)}} \qquad (36)$$

$$X = \sqrt{\frac{3{,}84\,(1 - 2\,\xi^2/\beta)}{b\,(1-\upsilon)\,\beta}}$$

G — módulo de elasticidade transversal do solo
$r_o = \sqrt{A/\pi}$
A — área da fundação

Verifica-se que valores pequenos de b correspondem a fundações de base grande e altura reduzida. Estas fundações são as mais influenciadas pela inércia do solo.

Na prática corrente pode desprezar-se o efeito da inércia do solo, por não conduzir a grandes

regime da máquina, ocorrem frequentemente fenómenos de ressonância, se bem que transitórios, nos períodos de arranque e paragem das máquinas.

3.3 — Vibrações angulares em torno de um eixo horizontal

Seja um bloco de fundação assente sobre o solo, simétrico em relação a um plano vertical, oscilando em torno do eixo horizontal (o), conforme se indica na fig. 11.

Seja W o peso do bloco.

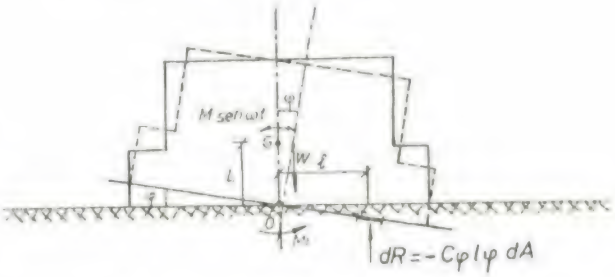


Fig. 11 — Bloco sujeito a oscilação angular

Sendo φ o ângulo de rotação do bloco em relação à posição média, a equação que rege o movimento livre será

$$W_o \ddot{\varphi} + (C_\varphi I - WL) \varphi = 0 \qquad (37)$$

sendo:

W_o — momento de inércia do bloco em relação ao eixo de rotação
C_φ — coeficiente de compressão elástica não uniforme do solo
I — momento de inércia da base em relação ao eixo de rotação
L — cota do centro de gravidade

A solução da equação (35) é

$$\varphi = C \text{ sen } (f_\varphi t + \varphi_o)$$

$$f_\varphi^2 = \frac{C_\varphi I - WL}{W_o} \qquad (38)$$

f_φ — frequência própria da oscilação angular
C, φ_o — constantes dependentes das condições iniciais

Se o bloco estiver sujeito a um momento da forma

$$M \text{ sen } \omega t$$

a solução forçada é, como se sabe

$$\varphi = A_\varphi \text{ sen } \omega t = \frac{M}{W_o (f_\varphi^2 - \omega^2)} \text{ sen } \omega t \qquad (39)$$

Como geralmente é $WL << C_\varphi I$, a frequência própria angular reduz-se na prática a

$$f_\varphi^2 = \frac{C_\varphi I}{W_o} \qquad (40)$$

Para fundações de base rectangular de lados *a* e *b*, sendo *a* o lado perpendicular ao eixo de rotação será

$$I = \frac{ba^3}{12}; \; f_\varphi^2 = \frac{ba^3}{12} \cdot \frac{c_\varphi}{W_o}$$

A dimensão *a* tem influência preponderante no valor da frequência própria.

O assentamento máximo, na extremidade da fundação será

$$A = \frac{a}{2} A_\varphi = \frac{Ma}{2 W_o (f_\varphi^2 - \omega^2)}$$

Analizou-se o caso de vibração sem amortecimento. É muito fácil introduzir o amortecimento viscoso nas equações.

As oscilações angulares ocorrem principalmente em fundações altas de máquinas com componentes de forças horizontais ou de momentos não equilibradas.

3.4 — Vibrações de corte puro

Se a resistência do solo à compressão for muito superior à resistência ao corte, ocorrem sobretudo movimentos horizontais da fundação, se existirem solicitações horizontais.

Se o bloco for actuado por uma força horizontal

$$P \text{ sen } \omega t$$

a equação de oscilação horizontal será

$$\ddot{x} + f_x^2 x = \frac{P}{m} \text{ sen } \omega t \qquad (41)$$

x — elongação horizontal
f_x — frequência própria da oscilação horizontal

sendo

$$f_x^2 = \frac{C_\tau A}{m} \qquad (42)$$

C_τ — coeficiente de corte elástico uniforme
A — área da fundação
m — massa do bloco

A solução forçada de (39) é dada por

$$X = \frac{P}{m (f_x^2 - \omega^2)} \text{ sen } \omega t \qquad (43)$$

3.5 — Vibrações angulares em torno de um eixo vertical

Se a fundação for actuada por um momento M sen ω t em relação a um eixo vertical, sendo

W_z — momento de inércia da fundação em relação ao eixo vertical
J_z — momento de inércia polar da base da fundação
ψ — ângulo de rotação
C_ψ — coeficiente de corte elástico não uniforme

será

$$W_z \ddot{\psi} + C_\psi J_z \psi = M \operatorname{sen} \omega t \qquad (44)$$

sendo a solução forçada dada por

$$\psi = \frac{M}{W_z (f_\psi^2 - \omega^2)} \operatorname{sen} \omega t$$

$$f_\psi^2 = C_\psi J_z / W_z \qquad (45)$$

3.6 — Vibrações compostas de deslocamento vertical, rotação e deslizamento

Nos parágrafos anteriores apresentaram-se movimentos com 1 grau de liberdade. Estes movimentos só são, em regra, possíveis, desde que o solo seja caracterizado por uma rigidez infinita em relação à compressão ou ao corte. Não sendo esse o caso real, a oscilação das fundações tem características mais complexas, correspondentes a movimentos com vários graus de liberdade.

Consideremos então um bloco simétrico em relação a um plano vertical, assente sobre o solo, actuado por uma força P (t), aplicada no centro da gavidade, G, do bloco e um momento M (t), existentes no plano vertical de simetria, conforme se indica na fig. 12.

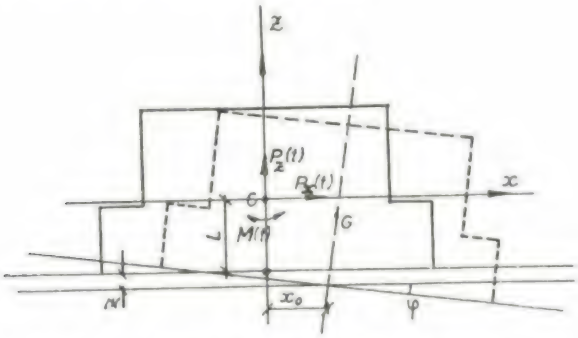


Fig. 12 — Bloco sujeito a oscilação composta

Demonstra-se fàcilmente que o movimento deste sistema é dado pelas equações seguintes:

$$m \ddot{z} + C_u A z = P_z (t)$$

$$m \ddot{x} + C_\zeta A x - C_\zeta A L \varphi = P_x (t) \qquad (46)$$

$$M_m \ddot{\varphi} C_\zeta A L x + (C_\varphi I - WL + C_\zeta A L^2) \varphi = M (t)$$

sendo:

m — massa do bloco
Z — elongação vertical
C_u — coeficiente de compressão elástica uniforme do solo
A — área da fundação
P_z (t) — componente vertical da força aplicada
x — elongação horizontal segundo x
C_ζ — coeficiente de corte elástico uniforme do solo
L — cota do centro de gravidade do bloco
φ — rotação do bloco em torno do eixo horizontal que passa por G
P_x (t) — componente horizontal, segundo x, da força aplicada
M_m — momento de inércia do bloco em relação ao eixo horizontal que passa por G
C_φ — coeficiente de compressão elástica não uniforme do solo
I — momento de inércia da base em relação ao seu eixo horizontal principal
W — peso do bloco
M (t) — momento aplicado.

A 1.ª equação do sistema é independente das restantes. Portanto, se a solicitação não tiver componente vertical, é sempre z (t) = 0. Se a única solicitação actuante for vertical, será x (t) = φ (t) = 0.

Analisada a 1.ª equação nos parágrafos anteriores, consideremos o sistema definido pela 2.ª e 3.ª equações.

3.6.1 - Vibração livre

Neste caso, é

$$m \ddot{x} + C_\zeta A x - C_\zeta A L \varphi = 0 \qquad (47)$$

$$M_m \ddot{\varphi} - C_\zeta A L \varphi + (C_\varphi I - WL + C_\zeta A L^2) \varphi = 0$$

o sistema tem soluções particulares da forma

$$x = A_a \operatorname{sen} (f t + \alpha)$$

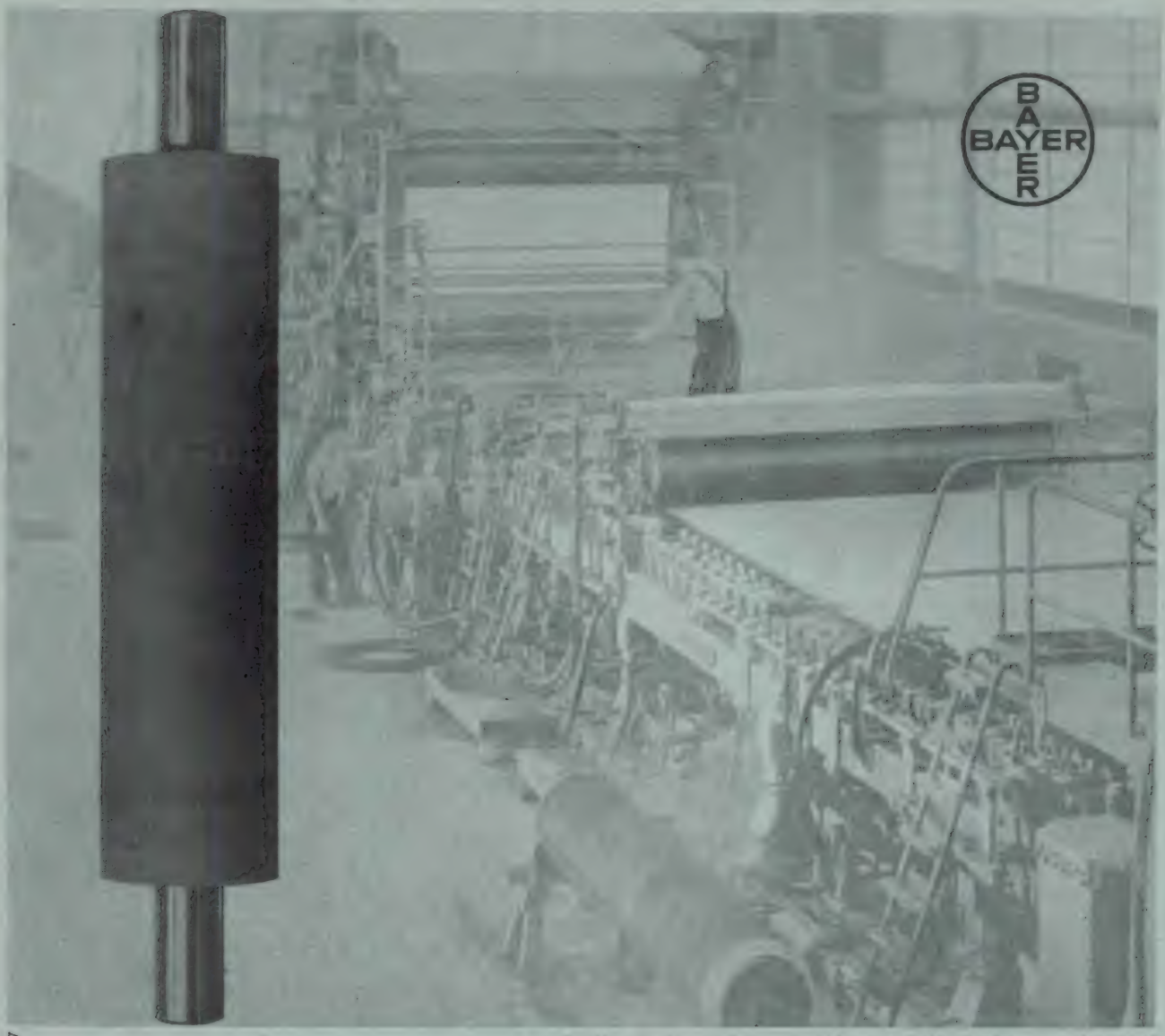
$$\varphi = B_a \operatorname{sen} (f t + \alpha)$$

Eliminando x φ no sistema (45) obtem-se a equação das frequências

$$f^4 - \left(\frac{C_\zeta I - W L}{M_m} + \frac{C_\zeta A}{m} \cdot \frac{L^2 m + M_m}{M_m} \right) f^2 + \frac{C_\varphi I - WL}{M_m} \cdot \frac{C_\zeta A}{m} = 0 \qquad (48)$$

Designando por M_0

$$M_0 = M_m + L^2 m \; ; \; \frac{M_m}{m} = \gamma$$



3397

Também rolos de maiores dimensões podem ser revestidos de Silopren, sem dificuldade

Existe uma borracha para o revestimento destes rolos que devem manter-se em pleno funcionamento a temperaturas até 180° C.?

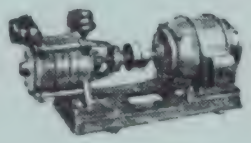
Também este problema foi resolvido com ®Silopren!
Os fabricantes de rolos recorrem sempre ao Silopren para revestir rolos que, em condições normais de funcionamento, tenham de ter grande resistência ao calor, e, em presença de materiais pegajosos, produzam um bom efeito antiaderente.
Novos tipos especiais oferecem consideráveis vantagens na laboração, o que permite uma fabricação económica: podem ser vulcanizados tal como a borracha natural; não é necessário um aquecimento posterior. Daí resulta, portanto, a possibilidade de fabricar rolos de quaisquer dimensões. É possível conseguir uma boa aderência do revestimento ao núcleo de metal, mesmo sem empregar agentes de aderência, utilizando o Silopren SVA Batch II-SH, que tem aderência própria e que durante a vulcanização se une fortemente a muitos metais. Além de apresentar muitas outras propriedades vantajosas, tais revestimentos de rolos distinguem-se pelo facto de continuarem em bom funcionamento mesmo a temperaturas até 180° C. Durante curtos espaços de tempo resistem até mesmo a temperaturas muito mais elevadas. Além disso são fisiològicamente inertes e produzem efeito repelente em relação a outros altopolímeros.

Por isso preferem-se rolos com revestimento de Silopren para a termocolagem de artigos de plástico para os sectores de géneros alimentícios e de cosméticos; e ainda para o revestimento de papeis, metais e têxteis com plásticos (por exemplo com polietileno), em que se tem de contar com temperaturas elevadas. Na cerâmica e na indústria vidreira utilizam-se rolos de Silopren como rolos de transporte e de guia, assim como rolos para o arrefecimento de material quente.
Se quizer saber mais pormenores sobre o Silopren, escreva, por favor, aos nossos representantes. Eles terão muito prazer em lhe mandar material de informação muito interessante.

®silopren BAYER

S.A.R.L. QUIMICOR, REPRESENTANTE EM PORTUGAL · LISBOA: RUA SOCIEDADE FARMACÊUTICA, 3, TEL. 42194 · PORTO: RUA DE SANTOS POUSADA 441, TEL. 54141

BOMBAS



Se tem um problema
de bombas, consulte

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boavista, 63

LISBOA

Companhia Portuguesa de Trefilaria

S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS **MALHASOL**

Tensão de segurança 3.000 Kg/cm²

AÇO BI

Tensão de segurança 4.000 Kg/cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO

R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º
TELEFONES 67 12 24/5 E 67 37 85 — LISBOA

Prédios, empenas, caves. Depósitos para águas, vinhos e aguardentes

Facultam-se certificados de ensaio dos Laboratórios Nacional de Engenharia Civil e da Junta Nacional do Vinho.

«IMPERMEÁBILIS»

O impermeabilizante oficialmente aconselhado em todas as argamassas de cimento

REVENDEDORES EM LISBOA:

João Pereira Vareiro & Filhos, Lda.
Rua Augusto José Vieira, 12 — Telef. 84 74 80

Manuel Pereira Matias, Lda.
Rua de Pedrouços, 105-A — Telef. 61 11 53

Manufacturas de Cimento Fortex, Lda.
Estrada de Benfica, 727 — Telef. 70 21 75

Sequeira & Santos, Lda.
R. José Joaquim Marques, 113—Tel. 02 61 05—MONTIJO

Distribuidor geral para todo o Império Português:

ANSELMO DE MATOS

Av. Almirante Reis, 179, r/c — Telef. 4 64 39
LISBOA

FUNDAMENTOS
DAS
RADIOCOMUNICAÇÕES

POR

MANUEL JOSÉ ABREU FARO

PROF. DO I. S. T.

PREÇO = 30$00 DESCONTO 10% AOS ASSINANTES

EDIÇÃO DA TECNICA

o momento de inércia do bloco em relação ao eixo horizontal que passa *pelo centro da base* e considerando os valores

$$f_\varphi^2 = \frac{C_\varphi I - WL}{M_m}; \quad f_x^2 = \frac{C_\tau A}{m}$$

das frequências próprias para oscilação e corte puro, a equação (48) transforma-se em

$$f^4 - \frac{f_\varphi^2 + f_x^2}{\gamma} + \frac{f_\varphi^2 \cdot f_x^2}{\gamma} = 0 \qquad (49)$$

Esta equação tem 2 soluções positivas, f_1 e f_2, correspondentes às frequências próprias do sistema, verificando-se a relação

$$f_2 < f_\varphi, \; f_x < f_1$$

No caso geral, o movimento do bloco é a sobreposição de oscilações de frequência f_1 e f_2, sendo a forma do movimento definida pelo valor

$$\rho = \frac{Aa}{Ba} = \frac{f_x^2 \cdot L}{f_x^2 - f^2} \qquad (50)$$

Se a fundação vibra apenas segundo a frequência mais baixa, f_2, A_a e B_a são do mesmo sinal, correspondendo o movimento a uma rotação em torno de *O* (fig. 13).

Se a fundação vibra só segundo a frequência mais elevada, f_1, *Aa* e *Ba* são de sinais contrários e o movimento é do tipo indicado na fig. 14.

ρ_1 e ρ_2 serão definidos pela equação (50), substituindo *f* respectivamente por f_1 e f_2.

Note-se que é

$$\rho_1 \cdot \rho_2 = \frac{M_m}{m} \qquad (51)$$

No caso geral, o movimento do bloco corresponde pois a uma oscilação em torno de um ponto que dista ρ do seu centro de gravidade.

3.6 2 — Vibração forçada

Seja o caso do sistema actuado por uma força horizontal Psenwt. As equações (44) tomam a forma

$$m\ddot{x} + C_\tau A x - C_\tau A L \varphi = P \operatorname{sen} \omega t \qquad (52)$$

$$M_m \ddot{\varphi} - C_\tau A L x + (C_\varphi I - WL + C_\tau A L^2)\varphi = 0$$

sendo as soluções forçadas dadas por

$$x = A_x \operatorname{sen} \omega t =$$

$$= \frac{C_\varphi I - WL + C_\tau A L^2 - M_m \omega^2}{\Delta(\omega^2)} P \operatorname{sen} \omega t$$

$$\varphi = A_\varphi \operatorname{sen} \omega t = \frac{C_\tau A L}{\Delta(\omega^2)} P \operatorname{sen} \omega t \qquad (53)$$

$$\Delta(\omega^2) = m M_m (f_1^2 - \omega^2)(f_2^2 - \omega^2)$$

Se o sistema for actuado por um momento *M sen ω t*, será

$$A_x = \frac{C_\tau A L}{\Delta(\omega^2)} M$$

$$A_\varphi = \frac{C_\tau A - m\omega^2}{\Delta(\omega^2)} M \qquad (54)$$

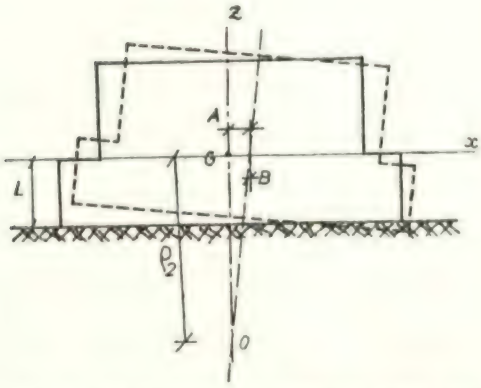


Fig. 13 — Movimento segundo a frequência própria inferior

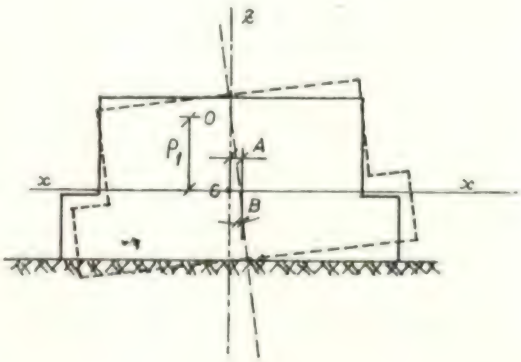


Fig. 14 — Movimento segundo a frequência própria superior

Existem 2 possibilidades de ressonância. A cada frequência w corresponde um tipo de movimento constituído por uma oscilação em torno de um eixo horizontal afastado da distância ρ do centro de gravidade do bloco, sendo

$$\rho = \frac{A_x}{A_\varphi} \qquad (55)$$

Note-se que: para $A_\varphi = 0$, o movimento é só de translacção
para $A_x = 0$, o movimento é de rotação em torno do centro de gravidade do bloco.

3.6.3 — Excentricidade do centro de gravidade em relação ao centro da base.

Em todos os casos anteriormente analisados, o centro de gravidade do conjunto bloco-máquina e o centro da base estavam na mesma vertical. Se a distribuição de massas for excêntrica em relação à base, o que pode suceder no caso de 2 máquinas acopladas no mesmo veio, ou de irregularidades de forma na fundação, há alterações sensíveis nas características de oscilação.

Seja o caso mais simples em que o centro de gravidade e o centro da base ficam no mesmo plano vertical principal, mas não na mesma vertical. Analisemos a oscilação no plano principal.

Considerando o sistema de eixos coordenados indicados na fig. 11, demonstra-se que a oscilação livre do sistema é dada pelas equações

$$m\ddot{x} + C_z A x - C_z A L \varphi = 0$$

$$m\ddot{z} + C_u A z - C_u A \varepsilon \varphi = 0 \qquad (56)$$

$$M_m \ddot{\varphi} - C_z A L x + (C_\varphi I - WL + C_u A \varepsilon^2 + C_z A L^2)\varphi - C_u A \varepsilon Z = 0$$

adoptando a rotação indicada e sendo

ε — excentricidade do centro de gravidade em relação ao centro da base.

Ao contrário do que sucede quando não há excentricidade (46), neste caso existe dependência entre as 3 equações (56). O sistema admite 3 frequências próprias de vibração, e qualquer solicitação dá origem a um movimento constituído pela sobreposição das sinusoides:

$$x = A_a \operatorname{sen} f_1 t$$
$$z = B_a \operatorname{sen} f_2 (t - \varphi_1)$$
$$\varphi = C_a \operatorname{sen} f_3 (t - \varphi_2)$$

Designando por

$$C_z A = C_x \; ; \; C_u A = C_z$$

$$C_\varphi I - WL + (C_u \varepsilon^2 + C_z L^2) A = C$$

Obtém-se a equação fundamental das frequências próprias:

$$(C_x - m f^2)(\ldots)(C_z - m f^2)(C - M_m f^2) - (C_x - m f^2) C_z^2 \varepsilon^2 - (C_z - m f^2) C_x^2 L^2 = 0$$

cujas raízes f_1, f_2 e f_3 são as frequências próprias do sistema.

Devido à excentricidade, as 2 frequências inferiores são menores que as frequências inferiores no caso de excentricidade nula; a frequência superior é maior que a frequência própria máxima no caso de excentricidade nula.

Na prática, desde que a excentricidade não exceda 5 % do comprimento do lado menor da fundação, o seu efeito pode desprezar-se.

3.7 — Comparação entre resultados analíticos e experimentais

3.7.1 — Vibrações verticais

D. D. Barkan, A. Mikhalchuk e N. Smolikov realizaram uma série de ensaios estáticos sobre solos, para a determinação do coeficiente de compressão elástica uniforme. Sujeitando-os em seguida a vibrações verticais transmitidas por fundações de áreas variáveis, verificaram que a frequência própria da fundação dado pelo cálculo não diferia, em média, mais de 10 % da frequência própria medida.

Verificaram também que a influência da inércia do solo sobre a vibração era muito reduzida, para uma série de fundações correntes a que correspondia um valor de $b \simeq 20$ (3.2.5).

3.7.2 — Coeficiente de amortecimento ξ

O valor do coeficiente de amortecimento dum solo está relacionado com a amplitude, A_z, das vibrações verticais dum bloco de fundação, em ressonância, pela expressão

$$A_z = \frac{P}{2 m \xi f_z^2}$$

sendo $P \operatorname{sen} f_a t$ a força aplicada e m a massa da fundação.

É possível pois, medindo a amplitude das vibrações em ressonância, determinar o valor ξ.

Apresenta-se no quadro 12, os valores de b e ξ determinados por Barkan para fundações de áreas diversas, assentes sobre diferentes tipos de solos.

rar erros de 10 a 20 % nos valores de cálculo das amplitudes.

3.7 3 — Vibração de fundações sobre estacas

Barkan levou a efeito uma série de determinações do coeficiente Kz em fundações sobre estacas, calculando em seguida a frequência própria

QUADRO 12

Valorees de b *e* ξ *para vários tipos de solos*

Tipo de solo	Área da fundação m²	Peso da máquina e bloco Ton.	b	ξ
Argila castanha saturada de água, com silte e alguma areia	2 4 8	16,3 18,8 30,0	16,5 6,7 4,0	0,145 0,133 0,188
Argila cinzenta branca saturada de água com areia e silte orgânico	0,5 1 1,5	3,25 5,10 6,72	26,0 14,5 9,0	0,071 0,058 0,051
Areia cinzenta, fina e densa, saturada de água	1 1 1 1	6,76 6,76 6,76 16,4	19,0 20 20 55	0,132 0,190 0,175 0,083

O coeficiente de amortecimento em argilas brandas cinzentas é maior que em argilas castanhas. E é maior em areias que em argilas castanhas.

Verifica-se que os valores do quadro 12 são sensìvelmente inferiores aos valores analíticos, dados pela fig. 10. Afigura-se que os valores da fig. 10 correspondem a fundações embebidas no terreno, enquanto que os valores do quadro 11 se referem a fundações assentes sobre o terreno.

Em média, a relação entre o amortecimento naquele e neste caso é de 3 a 3,5. A relação entre o amortecimento de fundações parcialmente submersas em águas e simplesmente assentes é de, em média 1,5 a 2.

Por outro lado o coeficiente ξ aumenta com a amplitude das oscilações o que não é tomado em conta nesta análise.

No caso de vibrações afastadas da ressonância, desde que os coeficientes de compressão estejam correctamente determinados, são de espe-

da fundação para vibrações verticais. Comparando os resultados obtidos com os determinados experimentalmente, verificou que a frequência própria real é inferior à dada pelo cálculo, correspondendo a um oscilador de massa superior em cerca de 30 % à massa da fundação.

Este acréscimo corresponde à massa do terreno que oscila em conjunto com a fundação.

AGRADECIMENTO

A série de artigos que se inicia neste número é baseada num conjunto de relatórios elaborados em 1964 para a empresa «Pró-Fabril — Centro de Projectos Industriais», com quem o autor tem tido oportunidade de colaborar na resolução de diversos problemas de vibrações em estruturas.

À Direcção da Empresa e em especial ao Sr. Eng.º Madeira Costa, Chefe do Serviço de Estruturas, agradeço as facilidades concedidas durante a preparação dos referidos relatórios.

BIBLIOGRAFIA

(1) — Barkan, D. — «Dynamics of bases and foundations», Mc Graw Hill Book Company, 1962.

(2) — Richart, F. B. — «Foundation Vibrations», Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divisions, Proceedings of the A. S. C. E., Vol. 86, August 1960, Part I.

(3) — Smith, E. A. L. — «Pile-Driving Analysis by the Wave Equation», Journal of the Soil Mechanics and Foundations Divisions, Proceedings of the A. S. C. E., Vol. 86, August 1960, Part I.

(4) — Arnold, R N. Bycroft, G. N., Warburton, G. B. — «Forced Vibrations of a Body on an Infinite Elastic Solid», Journal of Applied Mechanics, Transactions, A. S. M. E., Vol. 77, 1955, pg. 391-401.

(5) — Jacobsen, L., Ayre, R. — «Engineering Vibrations», Mc Graw Hill Book Company, 1958.

(6) — Harris, M., Crede, C. — «Shock and Vibration Handbook», Mc Graw Hill Book Company, 1961.

(7) — Den Hartog, J. P. «Vibrations Mécaniques», Dunod, 1960.

(8) — Shekhter, O. Ya. — «Consideration of Inertial Properties of Soil in the Computations of Vertical Forced Vibrations of Massive Foundations», Moscovo, 1948.

ERRATA

NUMERAÇÃO DOS VOLUMES DA TÉCNICA

A partir do número 331 a numeração dos volumes da «Técnica» saíu errada (no frontispício da Revista e no índice dos volumes).

Correcção a fazer :

Números	em vez de	deve ler-se
331 — 340	Volume XXV	Volume XXVI
341 — 350	Volume XXVI	Volume XXVII
351	Volume XXVII	Volume XXVIII

Do facto pedimos desculpa aos nossos leitores.

C. D. U. 621 314.212.017.7.004·6

AQUECIMENTO DE TRANSFORMADORES IMERSOS EM ÓLEO

Por HENRIQUE TELLES ANTUNES
Eng.º Electrotécnico (I.S.T.)

(*Conclusão*)

4 — CALOR PERDIDO

A degradação de energia electromagnética em calor num transformador provoca o seu aquecimento. Estabelece-se assim entre o transformador e o meio ambiente uma diferença de temperaturas que provoca a transferência desse calor ao referido meio, pelos bem conhecidos mecanismos de condução, convecção e radiação.

A condução é responsável pela transferência duma parte do calor aos objectos com que o transformador contacta, como sejam os apoios em que assenta e os cabos de ligação. Esta parte do calor perdido é mínima e pode ser sistemàticamente desprezada nos cálculos. A condução é também responsável pela transmissão de pràticamente a totalidade do calor das perdas através das paredes da cuba e do permutador desde o óleo até à superfície exterior, de onde é perdido por convecção e radiação.

Seja dado um paralelipípedo de pequena espessura E, cujas bases têm a área A e estão a temperaturas uniformes cuja diferença é Θ. Se o paralelipípedo for constituído por um material homogéneo de condutividade térmica k, a potência calorífica transmitida através dele por condução é dada por

$$Q = k\,A\,(\Theta/E) \qquad (33)$$

Nos casos das chapas de aço que constituem as cubas e permutadores a condutividade é alta e a área A é grande. Sendo limitada a potência Q, o quociente (Θ/E) é pequeno. Como a própria espessura E é pequena, a diferença de temperatura Θ também o é, podendo em geral ser desprezada nos cálculos (ver a fig. 2).

Enquanto a condução se refere em especial à transmissão de calor em meios sólidos, a convecção diz respeito à transmissão entre a superfície dum sólido e um fluido, que neste caso está normalmente em movimento.

Quando um fluido se move em presença de um corpo sólido forma-se junto à superfície uma camada do fluido em que o movimento é condicionado localmente pela presença do sólido.

Dá-se-lhe o nome de camada-limite, para a distinguir do fluido não perturbado. Na parte da camada-limite que contacta com a superfície o movimento é do bem conhecido tipo laminar, em que as velocidades locais são constantes no tempo e de direcção paralela à superfície. Na parte externa o movimento é em geral turbulento, caracterizado por ter velocidades locais variáveis no tempo em módulo e direcção, sendo eventualmente oblíquas à superfície. Se esta está a uma temperatura diferente da do fluido, troca calor com ele. Esse calor transmite-se por condução através da camada laminar até à zona turbulenta, onde há um transporte intenso de fluido quente que leva consigo o calor que contém. É este o mecanismo da convecção, em que a transmissão do calor é consequência dum transporte de fluido.

O movimento pode ser provocado pela impulsão hidrostática resultante da diferença de densidades entre o fluido não perturbado e a camada-limite a temperatura diferente, ou por qualquer causa puramente mecânica. Conforme o caso assim a convecção se denomina natural ou forçada.

Para terminar diremos que é costume exprimir a potência calorífica Q, transmitida por con-